



ISSN - 2287-9196

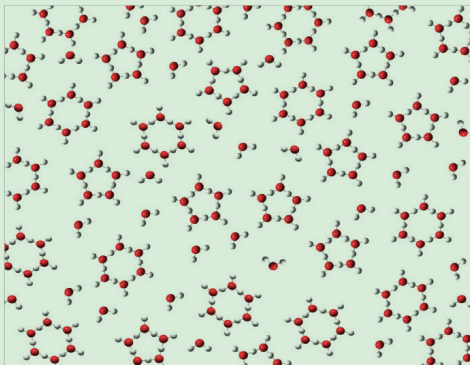
강릉원주대학교 자연과학연구소 논문집

자연과학

The Journal of Natural Science, GWNU

제23권 제1호 (Vol. 23, No.1)

2017년 12월 통권 제37호



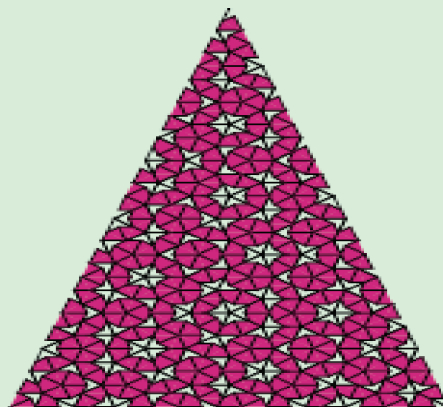
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = E\psi$$

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8mL^2}$$

$$n \frac{\lambda}{2} = L$$

$$E_n - E_m = hf$$

ATGTTACAATTAAGCTCC
TTCTTTTTATTGTTCCTC
TAGTTATTTCCCTCCAGAAT
TGATCAAGACAATTCATC
ATTTGATTCTCTATCTCCA
GAGCCAAAATCAAGATTT
GCTATGTTAGACGATGTAA
AAATTTTAGCCAATG...



목 차

논문 제목	저자(들)	쪽
유전체 편집을 위한 크리스퍼 유전자가위의 가이드 RNA 디자인	전방욱	1
물과 기능수에 대한 고찰	이성현.전상일	18
거친 접근들의 성질들	곽서연.고정미	40
MV-대수와 함의의 성질들	김경래.김용찬	48
펜로즈 타일링의 설계와 구성	김홍철	57
완전그래프와 순환의 데카르트적에 대한 거리 3 색칠	김병문.송병철	70
박막유동모델을 이용한 액적퍼짐에 대한 수치계산	전재기.손성익	79
World Cup 축구 대회 본선 경기 방식	이영훈.김순귀	90
국내 가계신용대출에 대한 예측	권기혁.정동빈	97
물리II 교육과정의 문제점 및 개선방안	고성호.윤재선	109
저자 안내 (Author Guides)		121
[1] 논문 투고 규정		
[2] 원고 작성 기준		
[3] 원고 표준 양식 (Template)		

-Review Article-

유전체 편집을 위한 크리스퍼 유전자가위의 가이드 RNA 디자인

전방욱¹⁾

강릉원주대학교 생물학과

Design of guide RNA for Genome editing by CRISPR-Cas9

Bang-Ook Jun¹⁾

Department of Biology, Gangneung-Wonju National University

ABSTRACT

CRISPR-Cas9 system requires designing new guide RNA to target the specific site in the genome, and it is much easier than designing polypeptides required by ZFN and TALENs. Because Cas9 generates the double-strand break just upstream from 3 base pairs of the PAM, it is important to choose a guide RNA that will position the double-strand break as close as possible. When searching for well-positioned protospacer PAM combinations, it is possible to profile their possible off-target binding sites elsewhere in the genome and choose the one that appears to be most favorable in that respect. Finally, if possible, it's best to avoid GC-rich protospacers as this has been suggested to increase the chance of off-target effects. In this paper, the three *S. pyogenes* guide RNAs were designed to target the gene *ANGPTL3* responsible for the cholesterol disorder known as the familial combined hypolipidemia, the most favorable

1) corresponding author. Email: bojun@gwnu.ac.kr

one was chosen. However, the best way to choose among the possible candidates maybe to actually test them in cells to empirically assess which has the highest on-target efficiency in vitro. The PCR product of the cells can be subjected to Sanger sequencing, or next-generation sequencing, in order to identify the specific mutations introduced at the target site.

요약

크리스퍼 유전자가위로 유전체의 특정 부위를 표적하기 위해서는 새로운 가이드 RNA를 디자인해야 하는데 이것은 ZFN, TALENs 등 다른 유전자가위가 단백질을 디자인해야 하는 것에 비해 훨씬 간단하다. Cas9에 의해서 발생하는 이중가닥 절단은 PAM으로부터 세 염기쌍 상류에서 일어나기 때문에 DNA 서열에 변화를 도입하고자 원하는 실제 부위와 가능한 한 근접하게 이중가닥 절단이 일어나는 가이드 RNA를 선택해야 한다. 그 다음에는 유전체 내에서 어느 곳이건 가능한 표적이탈 결합 부위를 프로파일화할 수 있고 그 점에서 가장 바람직한 후보자 가운데 우선순위를 정할 수 있다. 마지막으로, 만약 가능하다면 표적 이탈효과의 기회를 증가시킨다고 알려진 구이닌과 시토신이 많은, 즉 GC-가 풍부한 프로토스페이서를 피할 수 있을 것이다. 이 논문에서는 이런 원칙에 따라 가족성 복합 고지질혈증이라는 콜레스테롤 이상을 갖는 세포 모델에서 *ANGPTL3S* 유전자를 표적하는 정확한 화농연쇄상구균의 세 가지 가이드 RNA를 디자인하고 그 중 하나를 선택하였다. 표적부위로 도입된 특이적인 돌연변이를 밝히기 위해 Sanger 시퀀싱이나 차세대 시퀀싱으로 분석하게 된다. 그러나 가이드 RNA 후보자 가운데 가장 이상적인 것을 선택하기 위해서는 시험관 내에서 가장 높은 표적 적응 효율을 나타낼지 경험적으로 접근하기 위해 세포에서 이들을 실제로 테스트해보아야 한다.

Keywords: CRISPR, gene editing, sgRNA programming

1. 서론

크리스퍼 유전자가위(CRISPR-Cas9)의 등장으로 유전체의 원하는 표적 부위로 이중가닥절단을 도입하여 기존의 유전자를 파괴하거나, 돌연변이된 유전자를 교정할 수 있게 되었다. 이 논문에서는 플라스미드를 이용하여 가이드 RNA와 Cas9의 유전자를 도입할 경우, 가이드 RNA를 디자인하는 원칙과 가족성 복합 고지질혈증이라는 콜레

스테롤 이상을 갖는 세포 모델에서 *ANGPTL3S* 유전자를 표적하는 정확한 화농연쇄 상구균(*Streptococcus pyogenes*)의 가이드 RNA를 디자인하는 방법을 알아본다.

2. 본론

(1) 유전자 편집.

초기 유전학자들은 특정한 유전 현상을 이해하기 위해 돌연변이 표현형을 갖는 개체를 선발하거나 인위적으로 돌연변이 표현형을 만드는 방법을 생각했다. 멘델(Gregor Mendel)은 유전을 연구하기 위해 완두콩 종자의 색깔과 키가 다른 자연적 변이를 이용했다. 모건(Thomas Morgan)은 흰 눈의 초파리를 처음으로 발견해 연구했다. 멀러(Hermann Joseph Muller)는 초파리에 자외선을 쬐어 돌연변이를 유도했다. 아우어바흐(Charlotte Auerbach)는 겨자가스가 돌연변이를 일으키는 효과가 있다는 사실을 발견했다. 이처럼 과학자들은 오랫동안 표현형으로 나타나는 임의 돌연변이로부터 관련 유전자를 밝히려고 노력했다.¹⁾

유전체의 서열을 밝히면서 이미 우리가 알고 있는 유전자의 돌연변이를 일으킬 수 있게 되었고, 이로부터 나타나는 표현형을 통해 돌연변이의 효과를 분석하려 했다. 전통적인 유전자 변형은 기술적으로 어려웠고 상동재조합(Homologous Recombination, HR) 과정에 의존했다. 자발적인 상동재조합이 일어나는 빈도는 매우 낮고, 그래서 본질적으로 매우 비효율적인 과정이었으며, 유전자 변형이 성공적으로 일어난 희귀한 세포들을 분리하기 위해 항생제 등에 의한 선발과정을 필요로 했다. 카페치(Mario Capecchi) 등은 효모와 마우스 세포를 사용해 외부에서 공급한 DNA 토막을 재조합 방법으로 유전체에 도입해 표적 돌연변이를 일으킬 때, DNA 이중가닥을 절단하면 절단 부위에서 상동재조합이 효율적으로 일어나고 국부적 돌연변이를 형성할 수 있다는 사실을 알아냈다.²⁾

유전체 편집은 유전체의 원하는 곳 어디에서나 이중가닥을 절단할 수 있는 새로운 기술을 이용한다. 이중가닥을 절단함으로써 특정 유전자를 단순히 탈락시키려고 하거나 특정한 DNA 변이체나 DNA 토막을 도입하려고 할 때 돌연변이 형성 효율을 극적으로 증가시킬 수 있다. 유전체 편집도구는 이제 다양한 세포와 생물체에서 널리 성

1) 전방욱. 『DNA 혁명, 크리스퍼 유전자가위』, 이상복스. 2017. 18p.

2) Carroll, D. Basic Background on Genome Editing. Aug 25, 2015.
<https://vimeo.com/137282545>.

능이 입증되었다.

절단은 두 가지 기본 경로를 통해 수리된다. 첫 번째 경로는 세포가 절단된 부위의 DNA를 약간 탈락시키거나 새로운 DNA 토막을 추가해 절단된 곳을 화학적으로 봉합하는 것이다. 이 과정은 비상동말단접합(non-homologous end joining)이라고 하는데, 만약 이런 식으로 수리가 된다면 DNA 서열이 흐트러지거나 돌연변이가 일어날 수 있다.

두 번째 과정은 상동존성수리(homology directed repair)인데, 세포는 상동재조합 방식을 통한 수리 주형으로 자매 염색분체나 염색체를 일반적으로 사용한다. 수리 주형을 사용하여 이중가닥절단 영역을 깨끗하게 교체할 수 있다.

전통적인 이중가닥 표적 벡터를 다량으로 공급하여 상동존성수리 메커니즘을 이용할 수 있다. 이와는 달리, 이중가닥 절단부위를 둘러싼 서열과 일치하는 단일가닥 DNA 올리고뉴클레오티드를 사용할 수 있다. 두 경우 모두에서 수리 주형의 중간에 변이서열을 도입하여 세포가 유전체 내로 돌연변이를 도입하도록 할 수 있다.¹⁾

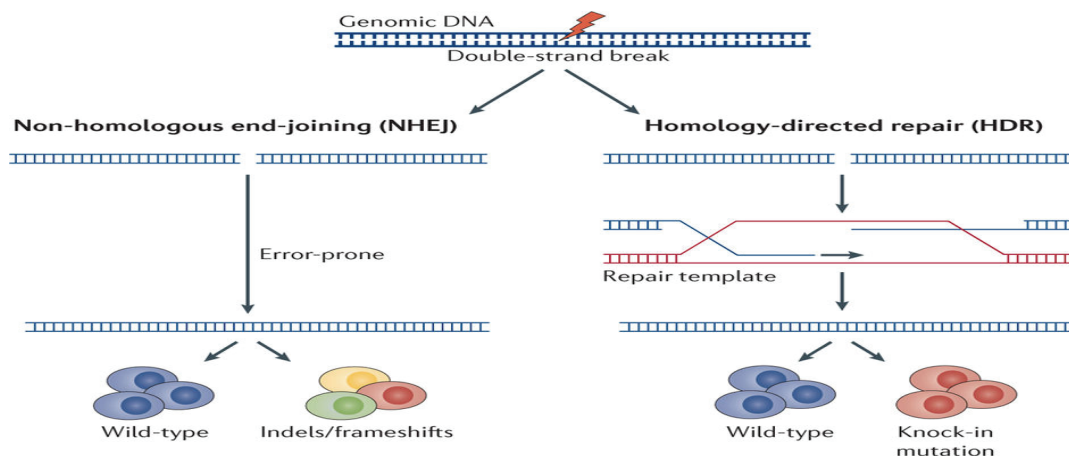


Fig. 1. Two repair mechanisms of double strand breaks.²⁾

Fig 1.의 오른쪽에서, 비상동말단접합이 유전체에 작은 인델(indel)을 도입하여 다양한 변이세포주가 만들어지는 것을 볼 수 있다. 왼쪽에서, 상동존성수리가 부위의 존적인 돌연변이를 형성하고 특정한 변이가 일어난 세포주를 만드는 법을 볼 수 있다.

1) 전방욱. 『DNA 혁명, 크리스퍼 유전자가위』, 이상복스. 2017. 30-31pp.

2) Strong, A., & Musunuru, K. 2017. Genome editing in cardiovascular diseases. Nature Reviews Cardiology, 14, 11-20.

(2) 크리스퍼 유전자가위

지난 수십년동안, 아연손가락 핵산분해효소(ZFN), 메가뉴클레아제, TALEN 등 많은 유전체 편집 도구가 등장하여 널리 사용되었다. 각 도구는 나름대로의 장단점이 있다. 가장 최근에는 크리스퍼 유전자가위가 등장하였는데, 이는 효율성과 사용편의성 때문에 생의학 분야에서 선풍적인 인기를 끌었다.

크리스퍼 유전자가위 시스템은 박테리아가 외래 DNA 분자에 대해 자신을 보호하는데 사용하는, 최근에 밝혀진 적응 면역계에 의존하고 있다. 이 시스템은 단백질과 RNA 성분으로 구성된다. Cas9이라는 단백질은 다양한 기능을 갖는다. 그것은 핵산폴림효소로 작용하여 이중가닥 DNA를 벌린다. 특정한 DNA 서열을 인식하고 결합할 수 있고, RNA 서열을 인식하고 결합할 수 있다. 그것은 DNA의 이중가닥을 절단할 수 있다.

포유동물세포에서 유전체 편집을 위해 지금 사용되고 있는 단순화한 시스템에서 RNA 성분은 이른바 가이드 RNA(guide RNA)인데, 길이가 대략 100 뉴클레오티드 정도이다. 이 가이드 RNA는 또한 crisprRNA라고도 한다. Cas9은 이 가이드 RNA에 결합하는데, 이는 이중가닥 DNA의 한 가닥과 염기쌍을 형성한다. Cas9은 또한 DNA의 몇 개 인접 뉴클레오티드와도 결합한다. 따라서, 단백질, RNA, 그리고 DNA로 이루어진 삼중의 복합체가 형성된다.

이 복합체의 특이성은 가이드 RNA의 최초 20 뉴클레오티드의 서열 때문이다. 이 20개의 뉴클레오티드 서열을 변화시킴으로써 단백질 RNA 복합체가 결합할 DNA 서열을 바꿀 수 있다. 일단 결합하면, 복합체는 DNA 내에 이중가닥 절단을 생성한다 (Fig. 2).

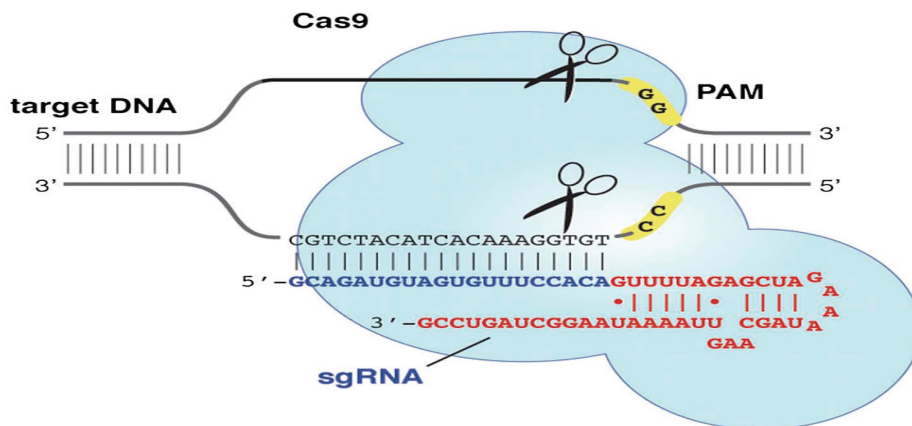


Fig. 2. Double Strand Breaks by programmable Cas9¹⁾

크리스퍼 유전자가위 시스템은 몇 가지 명백한 장점이 있다. Cas9 단백질은 고정된 성분이다. 어느 DNA 서열을 표적으로 하든지 그것은 동일하게 남아 있다. 이것은 표적하는 새로운 DNA 서열마다 새로운 단백질을 만들어야 하는 아연손가락 핵산분해 효소와 TALEN과 같은 다른 유전체 편집 도구와 대조적이다. 크리스퍼 유전자가위에서 변하는 것은 RNA 성분이다. 크리스퍼 유전자가위의 특이성을 변화시키기 위해서 프로그램해야 할 것은 가이드 RNA의 20-21 뉴클레오티드이다. 필요한 모든 것은 매우 단순한 분자생물학이기 때문에 새로운 가이드 RNA를 만들기 위해서는 실험실에서 하루만 작업하면 된다. 실제로, 가이드 RNA를 만드는 것은 너무나 단순해서 예를 들어 유전체의 모든 유전자에 대한 가이드 RNA의 라이브러리를 만들 수 있다. 크리스퍼 유전자가위의 다른 장점은 다중편집 능력이다. 두 개의 유전자를 동시에 표적하려면 Cas9을 두 유전자 서열과 상보적인 두 종류의 다른 가이드 RNA와 혼합하면 된다. 크리스퍼 유전자가위 복합체는 동시에 두 유전자에 이중가닥 절단을 형성하고 만들게 된다. 몇 개의 가이드 RNA를 사용하면 동시에 몇 개의 유전자를 표적할 수 있다.¹⁾

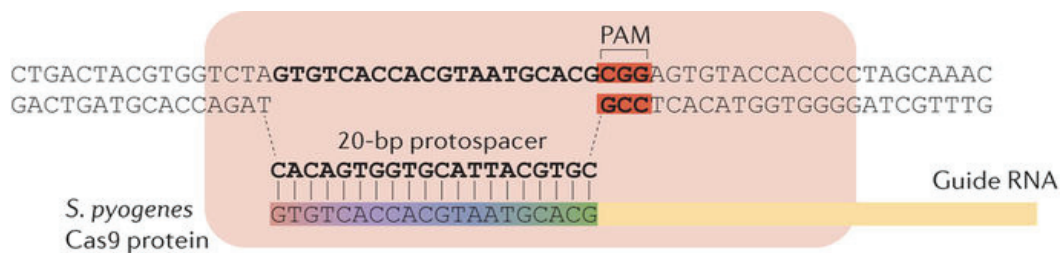


Fig. 3. Genome editing mechanism with guide RNA and Cas9.²⁾

크리스퍼 유전자가위 시스템이 작동하는 유전체 편집 방법을 나타내는 Fig 3에서 보는 바와 같이 유전자를 표적하려면 최초 20개 정도의 뉴클레오티드가 유전자의 암호화 부위의 서열과 상보적인 가이드 RNA가 사용된다. 가이드 RNA와 상보적인 이 DNA 서열을 프로토스페이스라고 한다. 특기할 것은 프로토스페이스는 PAM이라는 DNA 서열에 인접해야 한다.

Cas9과 가이드 RNA는 유전체 DNA의 프로토스페이스 상에서 복합체를 형성하고

1) Jinek, M., East, A., Cheng, A., Lin, S., Ma, E., & Doudna, J. 2013. RNA-programmed genome editing in human cells. *elife*, 2, e00471.
 2) Krause, K. W. CRISPR-Cas9: Not Just Another Scientific Revolution (Special Report). February 6, 2016. <https://thedotingskeptic.wordpress.com/2016/02/06/crispr-cas9-not-just-another-scientific-revolution/>

이중가닥을 절단한다. 세포가 절단부위를 수리할 수 있는 한 가지 방법은 비상동말단 접합이다. 그것은 두 개의 말단을 단순히 잇는다. 그러나 이 과정은 종종 인델을 도입하는 오류를 발생시킬 수 있고, 이는 단백질을 미성숙한 채로 단축시키는 번역틀 이동 (frame shift) 돌연변이를 일으킬 수 있다. 두 대립유전자를 한꺼번에 돌연변이시키면 유전자를 완전히 녹아웃시킬 수 있다. 상동재조합은 필요 없다. 항생제 선발도 필요하지 않다. 대신 돌연변이를 도입하고 싶다고 하자. 다시, 유전체의 의도하는 부위와 상보적인 가이드 RNA를 디자인하고 이중가닥 절단을 도입한다. 이중가닥절단부위를 수리하는 다른 방법은 상동의존성수리이다. Cas9과 가이드 RNA 외에 상동성 팔과 돌연변이를 포함하는 이중가닥 DNA 벡터나 단일 가닥 DNA 올리고뉴클레오타이드를 수리 주형으로 공급한다. 얼마정도의 빈도로 세포는 유전체 내로 돌연변이를 도입할 것이다. 또한, 항생제 선발이나 다른 과정은 필요 없다.

일반적으로 크리스퍼 유전자가위 시스템이 연구에 적용되는 예를 몇 가지 들어보자. 녹아웃 마우스와 녹인 마우스를 만드는데 점차로 많이 사용되고 있다. Cas9을 암호화하는 하나의 메신저 RNA와 가이드 RNA라는 *in vitro*에서 전사되는 RNA들을 단세포 마우스 배아에 주입한다. 그 의도는 이들 배아의 일부에서 유전체의 표적 부위에서 돌연변이를 형성하는 것이다. 이로부터 비롯하는 배반포를 대리모에 착상시키면 3주 후에 자손이 태어난다. 이 자손들을 표적 부위에서 돌연변이가 일어났는지 스크리닝한다. 어떤 경우에는 돌연변이 형성률이 100%에 도달할 정도로 이 방법론의 효율성은 높다. 마우스 배아 줄기세포를 사용할 필요 없이 녹아웃 마우스를 만들 수 있고 녹아웃 마우스를 만드는 전통적인 방법보다 과정이 훨씬 빠르다는 점이 뚜렷한 장점이다.¹⁾

다른 일반적인 적용에는 질병 모델링을 하기 위해 인간 배아줄기세포나 유도만능줄기세포 등 인간 만능 줄기세포의 사용을 수반한다. 야생형 줄기세포주나 환자 특이적인 돌연변이를 갖는 유도만능줄기세포 주로 시작할 수 있다. 크리스퍼 유전자가위는 질병 연관 돌연변이를 도입하거나 환자 특이적인 돌연변이를 교정하는데 사용할 수 있다. 어느 경우건 결과는 동일한 유전적 배경, 후성유전학적 배경 등을 갖는 근원이 같은 돌연변이세포의 생성이다. 이 매칭되는 줄기 세포주는 다음에는 심근세포나 내피세포나 뉴런, 간세포 등의 의도하는 유형의 세포로 분화된다. 원리상으로는 분화된 세포주 사이에서 관찰되는 어떤 표현형적 차이는 질병 돌연변이의 탓일 수 있다.

크리스퍼 유전자가위의 중요한 이점은 그 효율성이다. 그러나 표적부위에서 유전체

1) 마우스의 털색깔을 몇 주만에 변화시킨 Russell Vance의 일화에서 크리스퍼 유전자가위의 위력을 알 수 있다. Doudna, J. A. CRISPR Biology and the New Era of Genome Engineering. May 17, 2016. <https://www.youtube.com/watch?v=xl-iGnGFmxI>.

를 절단하도록 디자인된 도구를 사용하는 위험성은 그것이 다른 부위에서 유전체를 자를 수도 있으며 표적이탈 돌연변이를 야기할 수 있다는 것이다. 이 현상은 잠재적으로 실험을 좌절시킬 수도 있다. 일반적으로 표적이탈효과는 표적적중부위와 서열 유사성을 갖는 유전체의 부위에서 일어날 가능성이 가장 크다. 따라서, 표적 적중 부위를 찾고 유전체를 통해 표적 적중 부위와 소수의 미스매치를 나타내는 잠재적인 표적티알부위를 탐색하도록 하는 몇가지 웹 서버들이 개발되었다. 이것은 프로젝트를 위한 몇가지 후보 가이드 RNA의 순위를 정하는데 도움을 줄 수 있다. 표적이탈효과가 거의 없는 가이드 RNA를 선택하기를 원하기 때문이다. 크리스퍼 유전자가위 시스템의 다수 변이체는 이제 연구에 활발하게 적용되고 있다. 이들 대부분은 박테리아 종 *화농연쇄상구균*에서 발견되는 자연적으로 나타나는 시스템에서 유래한다. 적어도 현재로는 *화농연쇄상구균 Cas9*과 그의 연관된 gRNA 구조가 연구 분야의 표준이 되고 있다. 그 표적 적중 효과와 표적 이탈 효과를 빚히는 본격적인 연구가 있었다. *황색포도상구균(Staphylococcus aureus)*이라는 다른 종에서 채택된 크리스퍼 유전자 가위가 최근 도입되었다.¹⁾ 한가지 잠재적인 장점은 *홍색포도상구균 Cas9*은 *화농연쇄상구균* 크기의 대략 4분의 3이다. *홍색포도상구균 Cas9*은 가이드 RNA와 함께 아데노연관바이러스(AAV) 벡터에 실을 정도로 충분히 작다. 이 때문에 크리스퍼 유전자 가위는 다양한 *in vivo* 유전체 편집에 적용 사용할 수 있다. 초기 연구는 *홍색포도상구균 크리스퍼 유전자가위*가 *화농연쇄상구균 크리스퍼 유전자가위*에 비해 적은 표적 이탈 효과와 함께 유사한 표적 적중 효율을 가질 수 있다는 것을 뒷받침했다.

(3) 크리스퍼 유전자가위의 세포 내 도입.

Fig. 4는 포유동물 세포에 Cas9과 가이드 RNA를 도입하는 시스템을 나타낸다.

1) Ran, F. A., Cong, Le., Yan, W. X., Scott, D. A., Gootenberg, J. S., Kriz, A. J., Zetsche, B., Shalem, O., Wu, X., Makarova, K. S., Koonin, E. V., Sharp, P. A., & Zhang, F. 2015. *In vivo* genome editing using *Staphylococcus aureus* Cas9. *Nature*, 520, 186-191

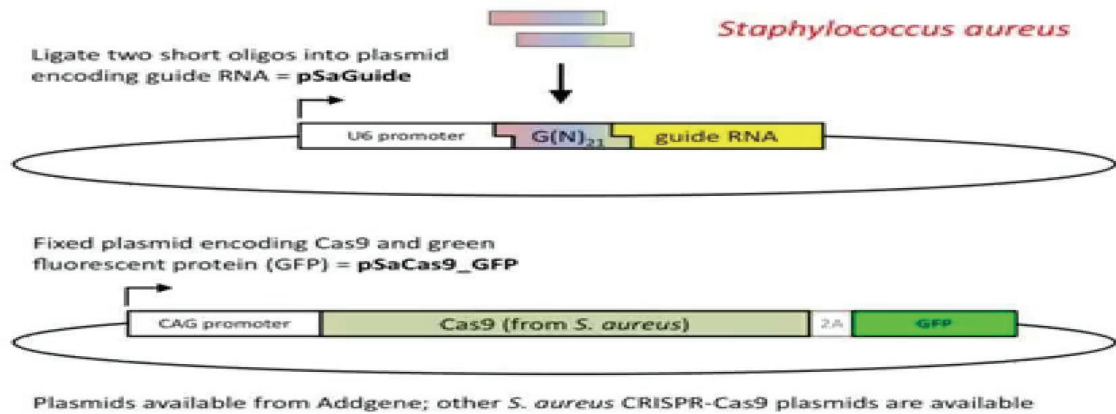


Fig. 4. Introduction of Cas9 and guide RNA into cells.¹⁾

Cas9과 가이드 RNA는 DNA 플라스미드를 사용하여 발현시킬 수 있다. Fig. 4서 보는 바와 같이 가이드 RNA는 U6 프로모터를 사용하여 플라스미드에서 발현시킬 수 있다. 크리스퍼 유전자가위 복합체가 결합할 유전체 DNA 서열을 결정하기 위해 가이드 RNA의 최초 20개 뉴클레오티드를 변화시킬 수 있다. 가이드 RNA의 나머지 부분은 정확하게 동일하다. 따라서 의도하는 DNA 서열에 결합할 가이드 RNA를 쉽게 맞춤 디자인할 수 있다. 이 시스템에서 원하는 20 뉴클레오티드를 가이드 RNA의 5' 말단에 넣는 방식으로 플라스미드에 삽입하기 위해서는 두 상보적인 단일가닥 DNA 올리고뉴클레오티드가 사용된다. 필요한 것은 단일 연결 (ligation) 반응뿐이다. Cas9 단백질은 변형할 필요가 없기 때문에 어떤 유전체 DNA 서열을 표적하더라도 동일한 단백질을 사용할 수 있다. Fig. 4의 위쪽에 나타난 플라스미드에서 화농연쇄상구균 Cas9은 CAG라는 강력한 프로모터를 사용하여 발현된다. 플라스미드는 녹색 형광단백질 (GFP)을 공동발현하는데, 이는 Cas9을 성공적으로 발현하는 세포를 표시하는데 편리하다. 가이드 RNA를 단일 연결 반응으로 플라스미드로 넣은 이후에 두 플라스미드를 통상적으로 형질감염법이나 전기천공법으로 세포 안으로 도입할 수 있다. 특기할 것은 여기 나타난 두 플라스미드 시스템은 세포에서 화농연쇄상구균 크리스퍼 유전자가위를 발현하기 위해 사용할 수 있는 많은 여러 가지 시스템 중의 하나일 뿐이라는 점이다. Fig. 4의 아래쪽은 세포로 홍색포도상구균 Cas9과 가이드 RNA를 도입하기 위한 시스템이다. 이 시스템에서 두 플라스미드가 사용되는데, 화농연쇄상구균에서 사용되는 두 플라스미드와는 유사하지만 서로 교체될 수는 없다. 홍색포도상구균 가이드 RNA는 화농연쇄상구균 가이드 RNA와는 서로 다르다. 홍색포도상구균의 프로토스페이서 길이는 20 뉴클레오티드가 아니라 21 뉴클레오티드이다.

(4) 가이드 RNA의 디자인 원칙

화농연쇄상구균 가이드 RNA를 디자인하는 원칙을 들자면 다음과 같다. 첫째, 프로토스페이스의 길이는 20 뉴클레오티드라서 유전체 DNA에서 같은 길이의 프로토스페이스를 선택해야 한다. 둘째, 프로토스페이스는 반드시 NGG 서열을 갖는 3-염기쌍 요소의 상류에 위치해야 한다. 이 요소는 프로토스페이스 인접 모티프(PAM)라고 한다. PAM은 Cas9에 의해서 직접 인식되며, PAM이 없이는 복합체를 형성할 수 없다 (Fig. 3).

다음으로, 가이드 RNA의 5' 부위는 프로토스페이스 부위와 짝이 맞아야 한다. 이 메커니즘은 DNA의 상보적인 가닥의 서열을 인식하여 혼성화를 이룬다. 특기할 것은 U6 프로모터를 사용하려면 특정한 제한 사항이 있다. 가이드 RNA가 전사되기 위해서는 구아닌으로 시작해야 한다. 따라서 프로토스페이스의 앞에 G를 첨가하여 가이드 RNA의 5' 말단에 자리잡는 21-염기 서열로 만들어야 한다. 가이드 RNA의 시작점에 염기를 추가해도 복합체가 DNA에 결합하는데 영향을 미치지 않는다.

유전체 내의 표적 부위를 선택할 때의 고려할 점은 다음과 같다. 첫째, Cas9은 PAM으로부터 세 염기쌍 상류에서 DNA의 이중가닥을 절단한다. 돌연변이는 비상동 말단접합의 절단 부위에서 바로 일어나는 경향이 있다. 또한 DNA의 두 가닥 각각에서 크리스퍼 유전자기위 복합체가 형성될 수 있다. 최적의 크리스퍼 유전자기위를 찾기 위해서는 두 가닥의 프로토스페이스 PAM 조합을 항상 체크해야 한다. 일반적으로, 유전자를 녹아웃시키는 인델이건, 녹인하고자하는 변이체이건 간에 DNA 서열을 변화시키고자 원하는 표적 부위와 가능한 한 근접하게 이중가닥을 절단시키는 가이드 RNA를 선택해야 한다. 몇 가지 적당한 프로토스페이스 PAM 조합을 찾을 수 있을 것이다. 그 다음에는 후보자 가운데 우선순위를 정한다. 예를 들어, 유전체 내에서 어느 곳이건 그들의 가능한 표적이탈 결합 부위를 검토화할 수 있고 그리고 중에서 가장 바람직한 부위를 선택할 수 있을 것이다. 마지막으로, 만약 가능하다면 표적 이탈 효과의 기회를 증가시킨다고 알려진 구아닌과 시토신을 많이 포함하는 프로토스페이스를 피할 수 있을 것이다.

홍색포도상구균 가이드 RNA를 디자인하는 원칙도 대부분 같지만, 뚜렷한 차이도 존재한다. 프로토스페이스는 길이가 20 뉴클레오티드가 아니라 21 뉴클레오티드이다. 프로토스페이스는 상이한 PAM의 상류에 위치한다. 홍색포도상구균 PAM은 화농연쇄상구균 PAM보다 더욱 복잡해서, 서열 NNGRR을 갖는데, 이때 R은 구아닌이나 아데닌이다. 최적 PAM은 NNGRRT 서열을 가지며 약간 더 길 수도 있다. 화농연쇄상구균

의 경우와 같이 가이드 RNA의 5' 부위는 프로토스페이서와 짝을 이루어야 한다. U6 프로모터를 사용하기 때문에, 가이드 RNA가 전사되기 위해서는 구아닌 염기로 시작해야 한다. 그래서 프로토스페이서의 앞에 G를 부가하여, 가이드 RNA의 5' 말단에 위치하는 22-염기 서열을 만들어야 한다.

여기서는 유전체 내의 표적 부위를 선택할 때 더욱 일반적으로 고려할 점이 몇 가지 있다. 특정한 유전자를 녹아웃시키려고 한다면, 표적 부위는 상당한 유연성을 보일 수 있다. 왜냐하면 단지 유전자 암호화서열의 초반에 프레임 시프트를 도입하면 되기 때문이다. 일반적으로 정확한 위치는 중요하지 않다. 가능한 한 짧은 단축된 단백질 산물을 만드는 것이 이상적이기 때문에, 일반적으로 암호화서열을 포함하는 최초의 엑손에 있는 서열을 표적하는 것이 좋다. 하지만 문제가 되는 유전자가 대안적인 시작부위를 가질 경우 또는 엑손의 대안적인 스플라이싱이 일어날 경우 이런 전략이 작동하지 않을 때도 있다. 전사물에 개시 부위나 스플라이싱 패턴이 다른 이형성이 많다면 어떤 유전체 전사물이 밝혀졌는지 알아보기 위해 UCSC Genome Browser로 검색해보는 것도 좋을 것이다. 모든 전사물이 공유하는 가장 초기의 암호화 엑손을 표적하는 것이 최선이다. 변이체를 녹아웃하고자 한다면, 변이체 부위에 가능한 한 가까운 부위를 선택하여, 이상적으로는 10 염기쌍 이내에서 이중가닥을 절단해야 한다.

돌연변이 부위를 밝히기 위해서는 특히 문헌에서 보고된 바 있는 부위를 밝히기 위해서는, 인트론이 모두 제거된 상보적 DNA 또는 cDNA 서열을 사용할 필요가 있다. 그러나, 가이드 RNA를 디자인할 때는 원래 부위 주변의 유전체 서열을 사용해야 한다. cDNA 서열을 사용한다면 그 부위가 엑손/인트론 접합부위일 가능성이 있으며 프로토스페이서는 부주의하게 두 엑손에 걸치게 되기 때문이다. 서열의 중간에 인트론의 존재를 고려하지 못했기 때문에 당연히 이 가이드 RNA는 유전체에 결합하지 못한다.

(5) 크리스퍼 디자인의 사례¹⁾

이제 크리스퍼 디자인의 사례를 생각해보기로 하자. 가족성 복합 고지질혈증이라는 콜레스테롤 이상의 세포 모델을 만든다고 가정하자. 이것과 관련있는 유전자는 *ANGPTL3*이다. 이 유전자에 기능소실 돌연변이가 일어나면 이상이 발생한다. 가장 흔하게 발견되는 돌연변이는 S17X 넌센스 돌연변이이다. 야생형 세포에서 이 돌연변이

1) Musunuru, K. Genome editing with the CRISPR-Cas9 system. Apr 6, 2015. <https://www.youtube.com/watch?v=h18HmFtybnQ> 를 기본으로 하였음

이 부위를 표적하는 화농연쇄상구균 가이드 RNA를 디자인할 때 두 가지 방식이 존재한다. 유전체 내로 특이적인 S17X 돌연변이를 넣을 수 있다. 하지만, 그 부위가 암호화 부위의 시작부분과 매우 가깝기 때문에, 우리는 이 가이드 RNA로 번역을 이동 돌연변이를 도입하여 유전자를 단순히 꺼내버릴 수도 있다.

```
ATGTTTACAATTAAGCTCCTTCTTTTTATTGTTCCCTC
TAGTTATTTCCCTCCAGAATTGATCAAGACAATTCATC
ATTTGATTCTCTATCTCCAGAGCCAAAATCAAGATTT
GCTATGTTAGACGATGTAAAAATTTTAGCCAATG...
```

Fig. 5. *ANGPYL3* coding sequence (from genome sequence)

여기에 *ANGPYL3*의 암호화서열의 첫부분이 있다. 이 서열은 인간 유전체 서열로부터 취한 것이다. 볼드체로 강조된 것이 TCC 코돈을 TGA 정지 코돈으로 바꾼 S17X 2뉴클레오티드 돌연변이이다. 적절한 프로토퓌이서를 찾기 위해서 먼저 NGG 서열과 맞는 화농연쇄상구균의 PAM들을 찾아야 한다. 여기서 돌연변이 근처를 살펴보면, 가까운 곳에 NGG가 없다는 점을 알게 될 것이다. 그러나, DNA의 각 가닥과 짝이 맞는 가이드 RNA를 디자인할 수 있다는 점을 생각해보면, 서열 CCN과 맞는 PAM을 찾을 수도 있다. 이는 반대 가닥에서 NGG와 염기쌍을 이룬다. 여기서 의도하는 돌연변이 부위 근처에서 밑줄로 표시된 3개의 CCN 서열을 찾을 수 있다. 각 PAM을 하나씩 분석해보자. 첫 번째 것은 우리가 이제 반대쪽의 DNA 가닥을 가지고 작업하므로 프로토퓌이서는 하류 방향으로 전개된다. 20-염기 프로토퓌이서, 일단 역의 상보 서열을 결정한 것은 Fig. 6과 같다.

```
ATGTTTACAATTAAGCTCCTTCTTTTTATTGTTCCCTC
TA/GTTATTTCCCTCCAGAATTGATCAAGACAATTCATC
ATTTGATTCTCTATCTCCAGAGCCAAAATCAAGATTT
GCTATGTTAGACGATGTAAAAATTTTAGCCAATG...
```

Fig. 6. PAM #1: protospacer = ATTCTGGAGGAAATAACTAG

만약 이중가닥절단의 위치를 그려본다면 사선에서 보는 바와 같이 PAM으로부터 3 염기쌍 떨어진 곳에 나타날 것이다. 돌연변이 부위로부터 10 염기쌍 떨어진 곳에서 절단이 일어날 것이다. 이것은 괜찮지만 최선의 선택은 아니다. 프로토퓌이서에는

GC가 많이 들어있지는 않다. 이것은 장점이다. 프로토스페이스를 선택할 때에는 고려할 점이 또 있다. 프로토스페이스나 PAM이 돌연변이 부위와 중복되느냐이다. 여기 사례에서는 돌연변이 부위가 프로토스페이스 내에 들어간다. 이것은 장점이다.

왜 이것은 장점이 되는가? 프로토스페이스와 PAM이 돌연변이의 부위와 중복되지 않는 경우를 생각해보자. 크리스퍼 유전자가위는 이중가닥을 절단한다. 상동의존성수리를 통해 의도한 핵인 돌연변이는 유전체로 성공적으로 도입된다. 핵인 돌연변이 대립유전자에서 프로토스페이스와 PAM은 변화하지 않았으므로 가이드 RNA는 여전히 유전체 서열과 완벽하게 짝을 이루고, 크리스퍼 유전자가위는 다시 동일한 DNA를 자를 수 있다. 만약 비상동말단접합에 의해 인델이 발생한다면, 핵인 돌연변이체 대립유전자는 파괴될 것이다. 실험에서 핵인 대립유전자가 뚜렷하게 만들어지지 않을 것이다. 만약 프로토스페이스나 PAM이 서열 염기쌍이 달라지는 핵인 돌연변이에 의해서 변화된다면 재절단이 일어날 가능성이 적어진다. 염기쌍이 하나 또는 두 개가 다르다면, 특히 만약 PAM으로부터 멀리 떨어진 프로토스페이스의 끝에서 염기쌍이 달라진다면 재절단을 막기 어려워진다. PAM 부근이 짝을 이루지 못하면 억제 효과는 더욱 커진다. PAM 자체가 파괴되어 서열 NGG와 더 이상 짝을 이루지 못하기 때문에 다시 절단은 일어나지 않는다.

```
ATGTTCAACAATTAAGCTCCTTCTTTTTATTGTTTCCTC
TAGTTATTTCTCCA/GAATTGATCAAGACAATTCATC
ATTTGATTCTCTATCTCCAGAGCCAAAATCAAGATTT
GCTATGTTAGACGATGTAAAAATTTTAGCCAATG...
```

Fig. 7. PAM #2: protospacer = ATTGTCCTTGATCAATTCTGG

두 번째의 가능한 프로토스페이스를 생각해보자. 이 경우에는 돌연변이 부위에서 한 염기쌍 떨어진 곳에서 절단이 일어난다. 프로토스페이스에는 GC가 많지 않다. 이것은 장점이다. 돌연변이 부위는 프로토스페이스 내에 있다. 이것도 장점이다.

```
ATGTTCAACAATTAAGCTCCTTCTTTTTATTGTTTCCTC
TAGTTATTTCTCCAGAA/TTGATCAAGACAATTCATC
ATTTGATTCTCTATCTCCAGAGCCAAAATCAAGATTT
GCTATGTTAGACGATGTAAAAATTTTAGCCAATG...
```

Fig. 8. PAM #3: protospacer = TGAATTGTCTTGATCAATTC

세 번째의 가능한 프로토스페이서가 있다. 절단부위는 두 번째 경우보다는 약간 먼 PAM에서 네 염기쌍 떨어진 곳에서 나타난다. 프로토스페이서에는 GC가 많지 않다. 이것은 장점이다. 프로토스페이서가 돌연변이에 의해 영향을 받지 않는데, PAM 자체는 돌연변이에 의해 영향을 받는다. 그렇기 때문에 재절단은 일어나지 않는다. 이것은 장점이다.

논문에서는 두 번째 프로토스페이서가 최적의 것으로 나타났다.¹⁾ 왜냐하면 그것은 돌연변이 부위에서 매우 가깝게 나타나기 때문이다. 하지만 세 후보자 가운데서 선택하는 가장 좋은 방법은 시험관 내에서 가장 높은 표적 적응 효율을 나타낼지 경험적으로 접근하기 위해 세포에서 실제로 이들을 테스트해보는 일일 것이다. 두 번째 프로토스페이서가 첫 번째나 세 번째 프로토스페이서에 비해 활성이 훨씬 떨어진다면, 결국 최선의 선택은 될 수가 없다.

두 번째 프로토스페이서가 최선의 선택으로 밝혀졌다고 가정하자. 다음 단계는 프로토스페이서 서열을 가이드 RNA를 발현하는 플라스미드와 세포로 넣을 때 사용할 수 있는 모든 뉴클레오티드를 디자인하는 것이다. 볼드체로 표시한 여분의 구아닌을 이탤릭체로 표시한 프로토스페이서 서열의 앞에 부가해야 한다.

GATTGTCTTGATCAATTCTGG

ANGPTL3 S17X 돌연변이 부위를 특이적으로 표적하는 올리고를 디자인하기 위해 이들 주형 올리고들을 사용할 수 있다.

5'-CACC-*GMNNNNNNNNNNNNNNNNNNNN*-3'
3'-*CMNNNNNNNNNNNNNNNNNNNN*-CAAA-5'

여기 나타난 작은 이중가닥 DNA 주형은 벡터에 연결, 삽입되는 방식으로 표시된다. 의도하는 프로토스페이서가 올리고 내에 암호화 되어있는 결과를 아래에서 볼 수 있다. 이 올리고들은 판매자로부터 쉽게 구입할 수 있다.

1) Raghavan, A., Chen, T., Kuperwasser, N., Ding, Q., & Musunuru, K. 2015. Therapeutic Targeting of Human Lipid Genes With in vivo CRISPR-Cas9 Genome Editing.

5'-CACCGATTGTCTTGATCAATTCTGG-3'
5'-AAACCCAGAATTGATCAAGACAATC-3'

만약 유전자를 단순히 녹아웃시키려고 한다면 일은 손쉬워진다. 왜냐하면 가이드 RNA 플라스미드만 필요하기 때문이다. 이것은 한 번의 연결 반응으로 완료된다. 그리고 Cas9 플라스미드는 바꾸지 않은 채로 사용할 수 있다.

만약 특정한 S17X 돌연변이를 녹인하고 싶다면 수리 주형이 필요하게 된다. 단일 가닥의 DNA 올리고뉴클레오티드를 사용하는 것이 이상적이다. 돌연변이를 녹인하는 것은 상동의존성 수리에 의존한다. 하지만 아무리 실험 설계를 잘한다 해도 상동의존성수리와 더불어 비상동말단접합이 일어난다. 따라서 수리 주형으로 단일 가닥 DNA 올리고를 더할 경우라도 일부는 S17X 돌연변이를 갖지만, 다른 것은 의도한 돌연변이 부위에 인델을 갖는 혼합된 세포들을 얻게 된다. 아직도 원하건 원치 않건, 원하는 상동의존성수리를 강화시키고 비상동말단접합의 발생을 억제하는 표준적인 방법은 없다. 그런 방법들은 문헌으로 보고되기 시작했다. 올리고 수리 주형을 디자인하기 위하여 의도하는 돌연변이를 단순히 취하여 그것을 유전체 서열로부터 직접 취한 양쪽에 상동성을 갖는 적어도 40 뉴클레오티드로 두를 수 있다.

ATGTTCAACAATTAAGCTCCTTCTTTTTATTGTTTCCTC
TAGTTATTTCC**T**CAGAATTGATCAAGACAATTCATC
ATTTGATTCTCTATCTCCAGAGCCAAAATCAAGATTT
GCTATGTTAGACGATGTAAAAATTTTAGCCAATG...

5'-ATTAAGCTCCTTCTTTTTATTGTTTCCTCTAGTTATT
TCCTCCAGAATTGATCAAGACAATTCATCATTGATTC
TCTATCTC-3'

Fig. 9. *ANGPYL3* coding sequence (above) and ssDNA oligo for S17X mutation (below).

이 사례에서 양쪽에 40 상동 뉴클레오티드를 갖는 단일가닥 DNA 올리고의 중간에 두 뉴클레오티드 S17X 돌연변이를 심는다. 이 올리고를 판매자로부터 쉽게 구입할 수 있다. 실제로 길이 200 뉴클레오티드까지 올리고를 얻을 수 있으므로 더욱 긴 상동 부위를 사용할 수 있다. 상동 암(arm)이 긴 경우, 상동 의존성 수리의 효율성을 증가시킨다는 보고도 있다.

마지막 단계는 표적 부위에 도입된 돌연변이를 스크리닝하는 방법을 개발하는 것이다. 이것을 하는 가장 단순한 방법은 유전체의 표적부위를 둘러싼 부위, 이상적으로는 앰플리콘(amplicon)의 중간 표적부위를 증폭할 PCR 프라이머를 디자인하는 것이다. 증폭된 PCR 산물은 PCR 산물에 존재하는 DNA 서열의 미스매치를 찾아내는 방법을 사용하여 전반적인 돌연변이형성율을 측정하는데 사용된다. PCR 산물은 또한 표적부위로 도입된 특이적인 돌연변이를 밝히기 위해 Sanger 시퀀싱이나 차세대 시퀀싱으로 분석할 수 있다.

3. 결론

크리스퍼 유전자가위는 다른 유전자편집 도구에 비해 비교적 정확하다고 알려져 있지만, 가이드 RNA에 따라 표적이탈 돌연변이의 출현빈도가 달라질 수 있다. 표적특이성이 가장 높은 가이드 RNA를 디자인하는 이외에도 가이드 RNA의 끝에 두 개의 구아닌을 붙이거나 몇 개의 뉴클레오티드를 잘라내면 가이드 RNA의 특이성을 높일 수 있다. 또한 쌍을 이루는 크리스퍼 nickase로 단일 가닥을 각각 절단하면 표적이탈 효과를 상당히 없앨 수 있다. Cas9 단백질 대신 Cas-HF1, Cpf1처럼 특히 특이성이 높은 상동분자를 사용해도 표적이탈효과를 없앨 수 있다. 환자에게 크리스퍼 유전자 가위를 적용할 때, 의도했던 표적을 벗어나면 세포 독성이 나타나기 때문에 크리스퍼 유전자 가위의 특이성을 높이는 연구가 중요하다. 이 논문에서는 가족성 복합 고지혈증이라는 콜레스테롤 이상을 갖는 세포 모델에서 *ANGPTL3S* 유전자를 표적하여 이중 가닥을 절단하는 정확한 화농연쇄상구균의 세 가지 가이드 RNA를 디자인하고 그 중 최적의 가이드 RNA를 선택하는 방법을 제시하였다.

4. 사사

이 논문은 강릉원주대 자연과학연구소 지원을 받아 작성되었습니다.

5. 참고문헌

전방욱. 『DNA 혁명, 크리스퍼 유전자가위』. 이상복스. 2017.
Carroll, D. Basic Background on Genome Editing. Aug 25, 2015.
<https://vimeo.com/137282545>.

- Doudna, J. A. CRISPR Biology and the New Era of Genome Engineering. May 17, 2016. <https://www.youtube.com/watch?v=xl-iGnGFmxI>.
- Jinek, M., East, A., Cheng, A., Lin, S., Ma, E., & Doudna, J. 2013. RNA-programmed genome editing in human cells. *elife*, 2, e00471.
- Krause, K. W. CRISPR-Cas9: Not Just Another Scientific Revolution (Special Report). February 6, 2016. <https://thedotingskeptic.wordpress.com/2016/02/06/crispr-cas9-not-just-another-scientific-revolution/>
- Musunuru, K. Genome editing with the CRISPR-Cas9 system. Apr 6, 2015. <https://www.youtube.com/watch?v=h18HmFtybnQ>.
- Raghavan, A., Chen, T., Kuperwasser, N., Ding, Q., & Musunuru, K. 2015. Therapeutic Targeting of Human Lipid Genes With in vivo CRISPR-Cas9 Genome Editing.
- Ran, F. A., Cong, Le., Yan, W. X., Scott, D. A., Gootenberg, J. S., Kriz, A. J., Zetsche, B., Shalem, O., Wu, X., Makarova, K. S., Koonin, E. V., Sharp, P. A., & Zhang, F. 2015. In vivo genome editing using *Staphylococcus aureus* Cas9. *Nature*, 520, 186-191.
- Strong, A., & Musunuru, K. 2017. Genome editing in cardiovascular diseases. *Nature Reviews Cardiology*, 14, 11-20.

-Review Article-

물과 기능수에 대한 고찰

이성현, 전상일¹⁾

강원도 강릉시 죽헌길 7, 강릉원주대학교 자연과학대학 화학과

A Review on the Water and Functional Water

Sung Hyun Lee and Sang Il Jeon¹⁾

Department of chemistry, College of Natural Science, Gangneung-Wonju

National University, Gangneung 25457, Korea

ABSTRACT

Water is a chemical substance that is the main constituent of most living organisms. Access to safe drinking water is essential to health, a basic human right for health protection. Conventional drinking water is removing unwanted chemicals, minerals, biological contaminants, odors or tastes through selected water purification processes. Functional water with a novel altered water structures and characteristics are quite different from the conventional water. The magnetically treated water (magnetized water) is one of the functional waters, which has a unique experimental properties with a reproducibility and is studied in our laboratory for long years. The only way many of the properties of water can be explained is by understanding that water has a unique molecular structure. The magnetized water is supposed to be organized by forming numerous nano/micro clusters with structuring. Although it has been known that the magnetized water shows different physicochemical properties, the exact nature of the magnetized water is not clearly elucidated yet. The studying of it is necessary to continue in success.

1) corresponding author. Email: chemjeon@gwnu.ac.kr

요약

물은 모든 생명체를 구성하는 가장 기본이 되는 성분이다. 건강에 대한 인간 본연의 욕구로 인해 몸에 좋은 안전한 물은 바로 건강에 대한 요구로 표현된다. 기존에 일반적으로 마시던 물은 단지 원하지 않은 화합물, 미네랄, 생물학적인 오염물, 냄새 같은 불순물을 여과 과정을 통해 없앤 상태였다. 건강에 대한 관심이 높아지면서 이른바 기능수에 대한 관심이 점점 증가하고 있다. 기능수란 어떤 특별한 처리를 통해 물의 특성과 구조가 바뀐 물을 말한다. 이러한 기능수의 특성들과 그 응용분야 등을 간단히 알아본 다음, 본 실험실에서 여러 해 동안 실험을 통해 기초 물성 및 응용성이 검증된 기능수의 일종인 자화수(자화처리수)의 물리화학적인 특성, 기능 및 응용에 대해 소개하고자 한다. 물의 특성은 물이 갖는 독특한 구조를 이해함으로써 잘 설명된다. 특히 자화수는 큰 클러스터들이 잘개 쪼개져서 수없이 많은 작은 클러스터들의 집합체를 형성하는 것이라 생각된다. 이러한 구조를 가정함으로써 자화수의 여러 재현성 있는 실험 결과들이 잘 설명되고 있지만, 아직도 자화수의 다른 독특한 성질들에 대해서는 계속 연구하고 공부해야 할 것이다.

Keywords: water, magnetized water, functional waters, water structure, cluster

I. 서론

먹는 물에 대한 관심이 높아지면서 일반 가정에도 정수기가 널리 보급되고 있다. 안전하게 끓여 먹자는 단순한 생각이, 이제는 안전할뿐더러 몸에도 좋은 물을 마시자는 것으로 의식이 변화되고 있는 것이다.

건강에 대한 관심과 웰빙 지수가 높아지면서 이른바 기능수에 대한 관심이 점점 증가하고 있다. 기능수란 일정한 조건에서 특성이 바뀐 물로, 인체에 이로운 기능을 한다고 해서 붙여진 말이다.

이온수, 파이워터, 자화수, 탈기수 등 주로 일본인들의 연구와 실험을 통해 세상에 알려지게 된 물들이 통상 기능수로 불린다. 한때 국내에서 폭발적인 관심을 불러 일으켰던 육각수도 역시 기능수에 포함된다. 이러한 기능수는 대부분 인체에 유익할 뿐만 아니라, 식품공업, 농업, 기계공업, 수산업, 의학, 치의학 분야 등에서 현재 널리 이용되고 있다.[1-10]

주변을 살펴보면 기능수와 그 기능수들을 만들 수 있는 각종 기기들이 시판되고 있

다. 관련 업자들은 기능수의 효능과 제품의 우수성을 주장하지만 비판적인 견해를 가진 학자들이 적지 않다. 이론적으로는 그럴 듯하지만 실제로는 효능을 검증하기 어렵다는 이유 때문이다. 기능수 처리의 작용기구에 대해서 해명된 것이 아직 많이 없으며, 이것이 물 자체에 어떠한 영향을 미치고 있는가 하는 등의 많은 의문점도 여전히 해명되지 못하고 있다. 더욱이 기능수의 정도를 정량적으로 평가할 때의 재현성도 많이 떨어지는 것이 현실이다.

이러한 기능수의 특성들과 그 응용분야 등을 간단히 알아본 다음, 본 실험실에서 여러 해 동안 실험을 통해 기초 물성 및 응용성이 검증된 자화수(자화처리수)의 물리화학적인 특성, 기능 및 그 응용에 대해 소개하고자 한다.

II. 물과 기능수의 특성들

1 물

물은 모든 생명체를 구성하는 가장 기본이 되는 성분이다. 물은 지표면의 70 %, 인체의 70 %를 차지하고 있다. 물은 마신지 30 초면 혈액에, 1 분이면 뇌에 도착하며, 30 분 후면 인체의 모든 곳에 도착해서 내 몸의 일부분이 된다. 체내의 물을 1~2 %만 잃어도 극심한 갈증을 느끼게 되며, 5 % 정도를 잃게 되면 혼수상태에 빠지게 되고, 12 %를 잃게 되면 생명을 잃게 된다.

물을 분자량 관점으로 보면 어는점은 -110°C 정도 일 것이며, -80°C 정도에서 끓어야 하나, 물은 수소결합을 하기 때문에, 실제로는 훨씬 더 높은 온도인 0°C 에서 얼며, 100°C 에서 끓는다. 물은 어는 온도가 0°C , 끓는 온도가 100°C 로서 온도 폭은 무려 100도나 된다. 상온에서 고체, 액체, 기체가 공존하는 유일한 물질이기도 하다.

일반적으로 거의 대부분의 물질은 그 온도가 떨어지면 부피가 줄어들고 밀도가 커지는 규칙성이 있다. 물은 밀도가 4°C 에서 가장 크다. 4°C 까지는 물도 여느 일반 물질과 같이 온도가 떨어지면 부피가 줄어들고 밀도가 커진다는 규칙성을 충실하게 따른다. 그러나, 4°C 보다 온도가 떨어지면 물은 그 밀도가 커지기는커녕 반대로 작아지고, 그 부피는 줄어들기는커녕 오히려 증가하기 시작한다. 이 같은 밀도의 이상성이 없다고 가정한다면, 즉 고체인 얼음이 다른 물질들처럼 액체인 물보다 밀도가 크다면, 물은 호수의 바닥부터 얼기 시작 할 것이고, 물고기는 증가하는 얼음 때문에

점점 위로 밀려 올라오게 될 것이며, 마지막에는 호수 전체가 다 얼음으로 변하게 되어 수중생물들은 모두 얼어 죽고 말 것이다.

물은 매우 높은 표면장력을 가지고 있다. 즉, 물은 매우 끈적끈적하면서 탄성이 있어 떨어뜨렸을 때 얇은 필름으로 펼쳐지기 보다는 서로 뭉칠려고 하는 경향이 있다. 표면장력에 의해 모세관 현상으로, 식물의 뿌리에서부터 줄기로의 물 이동과 우리 몸에서 혈관을 통한 물의 이동을 가능하게 하는 것이다.

물의 또 다른 중요한 역할은 열을 조절하는 것이다. 물은 높은 용해열(80 cal/g)과 증발열(540 cal/g)을 가지고 있다. 지구에 있는 물이 상 변화를 겪으면서 출입하는 열에 의하여 지구의 온도를 일정하게 유지시켜주는 역할을 한다. 만약 물이 없다면 계절 변화에 따른 온도변화는 상상 할 수 없을 정도로 심해질 것이다.

비열은 단위 질량의 물질 온도를 1 °C 높이는 데 드는 열에너지(열량)를 말한다. 물은 비열이 다른 액체에 비해서 매우 높다. 즉, 물은 따뜻하게 하기도 어려울 뿐 아니라, 차갑게 하기도 어려운 물질이다. 물의 비열은 온도 변화에 따른 특이한 성질이 있다. 물의 비열은 1 cal/g°C 이고 얼음의 비열은 0.5 cal/g°C 이다. 다른 물질의 경우 온도가 올라감에 따라 비열도 단순하게 비례해서 올라가지만, 물의 비열은 특이하게 온도가 올라감에 따라 오히려 비열이 감소하면서 30 °C - 40 °C에서 최저점이 된다. 그 이후에는 온도가 올라감에 따라 다시 비열이 올라가기 시작한다. 최저점이 사람의 혈액 온도와 같은 37.5 °C인 것은 매우 흥미로운 일이다.[1,9,10]

물은 생명유지에 매우 중요한 역할인 순환기능, 동화기능, 배설기능, 체온조절기능 등을 수행하는데, 한번 신체에 들어간 물이 오줌이나 땀 등의 형태로 배설되어 나갈 때까지 체내를 순환하면서 얼마나 그 역할을 수행하느냐가 바로 건강의 척도라고 할 수 있다. 사람은 체온이 27 °C가 되면 동사하는 반면, 체온이 45 °C가 되어도 죽는다고 알려져 있다.[10]

생체의 모든 반응은 물에 의해 일어난다. 물이 없으면 인체의 단백질이 제대로 형성되지 않으며 기능을 하지 못한다. 또 우리 몸의 모든 정보를 담고 있는 DNA도 물 없이는 그 역할을 다 하지 못한다. 물은 세포의 생화학적 반응에 필수적인 용매로서 작용하고 세포의 온도 평형에 기여한다. 우리 몸에서 수분이 부족하면 열이 나고 가슴이 뛰는 심계항진증이 나타나며 진땀이 나고 어지러우며 나른하고 신경질이 날 수 있다. 습관적인 탈수현상은 위궤양과 변비증을 악화시키고 담석증과 요석증이 촉발되며 신장의 농축과 희석기능에 혼란이 초래된다. 우리 몸에 물이 부족하면 혈액순환에

이상이 생기고 피부와 점막의 건조가 가속되며 비강이 팽창하여 잦은 코피흐림의 원인이 되고 안구건조증이나 피부 가려움증이 나타날 수도 있다. 무의식적이고 만성적인 탈수현상은 혈관계와 림프 순환계의 기능을 억제하여 면역기능에 심대한 손상을 초래하며 뇌 용적의 감소를 가속화하여 치매의 위험성을 높일 수 있다.[5,6,10]

물이 인체에 미치는 중요성을 아는 사람들은 좋은 물을 잘 마시기 위해 노력해 왔으며 세계 보건 기구(WHO)도 좋은 물을 마시면 질병의 80%를 제거할 수 있다고 보도 하였다. 일반적으로 좋은 물이라는 것은 인체에 유익하며 맛있는 물을 말하며, 유해 물질이 없어야 한다. 물 속에 든 유해 물질은 화학 물질, 중금속, 녹, 전염병을 일으키는 세균 등이며 이러한 유해 물질이 없어야 한다. 좋은 물에는 미네랄 성분이 균형 있게 포함돼 있어야 한다. 질병은 미네랄의 불균형에서 생긴 상태라고 표현할 수 있다. 그렇기 때문에 물 속의 미네랄 성분은 건강상 매우 중요한 성분이다. 또한 인체는 혈액을 포함한 대부분의 조직이 약 알칼리성이다. 약 알칼리성의 물을 음용하면 체내 효소와 황산화 물질을 원활하게 하여 음식의 분해, 소화, 흡수 능력을 좋아지게 하고 면역력이 강해져서 건강을 유지 할 수 있게 된다.[2,3,5,6]

일반적으로 물은 세 가지 형태를 가지고 있다고 한다. 육각형 고리구조, 오각형 고리구조, 5개의 사슬구조가 있는데, 그 중 육각형 고리구조의 물을 육각수라 부른다. 사람의 생체 세포 속의 물은 대부분 이 같은 6각형 고리를 이루고 있는 물이 대부분으로 건강한 사람일수록 생체에 육각수가 많이 발견된다고 한다. 육각수는 사람의 세포가 가장 좋아하는 물의 구조로 알려져 있다. 건강한 사람의 세포에는 육각수가 모여 있는 반면, 질병이 있는 사람의 세포 주변에는 무질서한 물 구조가 형성되어 있다. 육각수는 혈액의 콜레스테롤 농도를 희석시키고 신진대사를 촉진해 동맥경화로 야기되는 성인병을 예방하는데 효과적이다. 체내에 축적된 노폐물을 배출 하고 혈액 순환을 원활하게 해 피부결을 좋게 만들기도 한다.[2]

세계적인 기적의 물로 불리는 프랑스 루르드의 샘물은 질병을 고치는 기적의 물로 현재까지 7,000명의 질병을 고침으로써 '루르드의 성수'로 불리며, 연간 500만 명의 순례자가 방문하는 가톨릭 최대의 성지이다. 이곳은 1858년 5월에 발견되었는데, 이 물을 마신 마을 사람들의 난치병과 상처가 낫는 기적이 일어나면서 세상에 알려져 1862년 정식으로 공인되었다. 성분 분석 결과 게르마늄(Ge)이 많이 함유된 것으로 밝혀졌다. 1991년에 발견된 멕시코 트라코테 물도 지금까지 많은 사람이 음용하여 암, 당뇨병 등의 다양한 난치병이 치유되었다고 보고되고 있다. 1992년에 발견된 독일 노르데나우 물은 활성산소를 제거하는 활성수소 성분이 많이 함유되어 국내 및 세계 여

러 나라에서 임상치료용으로 활발한 연구가 이루어지고 있다. 이 물을 마시고 체르노빌 원전사고로 백혈병에 걸린 아이의 병이 나았다는 구체적인 사례가 제시되면서 ‘기적의 물’이라는 명칭을 얻기도 했다. 인도의 나다나 우물물은 1992년 마을의 마른 우물에서 갑자기 물이 솟아났다고 한다. 때마침 눈에 문제가 있던 작업 인부가 작업 중에 눈에 들어간 먼지를 우물로 씻어내자, 오랫동안 고생했던 야맹증에서 회복되었다고 알려졌고, 파키스탄의 훈자의 물도 각종 질병들이 개선이 되거나 치유가 되어 기적의 물이라 불리운다. 일본의 일전 천령수 같은 경우도 활성수소 성분이 많아서 당뇨병, 동맥경화증, 아토피 등 다양한 질병에 효과를 나타내고 있으며, 특히 망막색소변성증에 의해 완전하게 실명한 환자가 시력을 회복한 예도 알려져지면서 기적의 물이라 불리운다. 과학자들은 기적의 물로 질병이 치유되는 이유를 미네랄 때문 일 것이라고 추측했었지만, 보통의 물과 비교해 조금 많은 정도였으며, 작은 차이로 치유효과를 말하기는 어려웠다. 이 물들은 공통적으로 활성 수소를 함유하고 있으며 활성산소를 제거해 주는 성질이 있다.

2 수소수(환원수)

일본에서는 수년전부터 수소수에 대해 많은 관심이 있었으며, 수소수와 관련된 제품이 많이 판매되고 있다. 암, 당뇨, 만성신부전, 뇌졸중, 파킨슨병 등 수많은 질병에 탁월한 효과가 있다고 하며, 수소를 실제 의료 현장에 적용하여 그 결과를 공유하고 연구하는 수소와 의료연구회라는 사단 법인이 있다.[11]

마그네슘 화합물과 물의 반응에서 발생하는 수소로 물속의 수소 분자수를 증가시키고 동시에 활성수소라고 할 수 있는 원자상의 수소를 발생시킨 물로서 이를 음용하면 체내에 발생하는 노화와 각종질병의 유발 요인이 되는 활성산소와 결합하여 물로 변화한다는 논리로, 활성산소 소거기능의 활성 수소수를 강조하는 물이다.[11]

몸 안에 들어온 산소(활성산소)는 프리라디칼 반응(산화 반응)을 일으켜 세포막이나 세포 내 기관의 생체막을 파괴하며, 그 결과 DNA 에 상처를 내고 암이나 성인병, 노화의 원인이 된다고 잘 알려져 있다. 동맥경화, 당뇨병, 백내장, 알츠하이머병, 파킨슨병과 같이 노화에 수반되는 병의 원인으로 활성산소가 지목되고 있는데, 수소수의 가장 큰 특징은 강한 산화력을 가진 하이드록실라디칼과 퍼옥시나이트라이트 같은 활성산소를 제거한다는 것이다.[1,10,11]

수소는 비타민 C나 비타민 E 등 다른 항산화 물질에 비해 아주 작은 물질이다. 그렇기 때문에 몸 속 곳곳 어디든 쉽게 도달할 수 있다고 한다. 다른 항산화 물질의 경

우 활성산소를 제거한 후 활성산소와 비슷한 오염물질을 남기게 되지만, 수소는 오염물질을 남기지 않고 물로 변해 배출되기 때문에 인체에 아무런 해가 없다. 수소수 생성방법으로는 수소가스를 직접 용해시키는 방법, 전기분해에 의한 방법, 또는 마그네슘을 이용한 필터나 막대 등으로 수소를 발생시키는 방법 등이 있다. 일반적으로 수소수는 0.3 ppm 이상의 수소를 함유하고 있는 물을 의미한다. 수소수는 항산화 작용, 항염증 작용, 항알레르기 작용, 혈액순환 개선 등의 장점이 있지만, 수소수의 경우 수소가 용기를 뚫고 증발해 버리기 때문에 보관 및 휴대가 어렵고, 물에 용존될 수 있는 수소의 양은 한정되어 있기 때문에 많은 수소를 섭취하기는 어렵다. 또한, 몸에서 수시로 발생하는 활성산소를 제거하기 위해서는 수소가 체내에서 지속적으로 발생해야 하는데, 수소수는 지속적으로 수소를 발생시키지 못한다는 단점이 있다.[11]

3 전해수(이온수)

물을 전기분해 처리한 물로 산성 이온수와 알칼리 이온수로 구분된다. 주로 음용 전해수로 사용되는 약 전해수는 양(+)극과 음(-)극 사이에 이온만 투과할 수 있는 막을 설치한 후 약한 전류를 통과시켜 만들어지는데, 약 전해 환원수와 약 전해 산화수로 일컬어진다. 한편 주로 산업쪽에 사용되는 강 전해수는 물에 강 전해질을 첨가한 후 만들어지는데, 강 전해 산화수와 강 전해 환원수를 말하며 주로 농업, 식품공업, 살균, 소독 목적으로 사용되고 있다.[1]

전해수는 전기분해를 도와주기 위해 물에 녹여주는 용질이 반드시 필요하다. 대체로 알칼리 이온수에는 미네랄이 많고, 육각수가 많으며 환원력이 크고, 클러스터가 작아, 인체에 도움이 되고, 실용적인 효과를 가진다고 알려져 있으며, 산성수는 살균 등의 효과로 그 응용범위가 거의 정해져 있다.

한국과 일본에서는 이온수기를 의료용 물질 생성기 혹은 의료용품으로 허가를 받아서 사용하고 있다. 전해 환원수는 일명 환원수, 알칼리수, 또는 알칼리 이온수 등으로 불리며, 전해 산화수는 산화수, 산성수, 또는 산성 이온수 등으로 부르기도 한다.[11]

알칼리이온수의 경우 위장장애 개선에 도움이 될 수 있다고 한다. 하지만, 정상인의 경우 알칼리 이온수를 많이 마시게 되면 오히려 위장 장애의 문제가 될 수 있다는 의견이 있다. 위에서 나오는 위산은 산성으로, 음식물을 소화시키는데 중요한 역할을 한다. 하지만 알칼리 이온수를 마실 경우 위산의 산도를 낮춰 소화에 장애를 줄 수 있는 요인이 있다. 위산과다 등의 경우엔 음용이 증상개선에 일시적인 도움이 될 수 있지만 그것이 지속적인 경우 오히려 소화 및 위장의 건강에 좋지 않다고 전문가들은

말하고 있다. 지금까지 이온수를 마시고 여러 증상이 개선된 이유는 포함된 극미량의 수소가 있기 때문이라는 말도 있다.[11]

4 고주파 환원수

5 ~ 60 MHz의 진동수가 대단히 큰 고주파 저 전압 저 전류를 특수회로를 통해서 물에 가하여 물을 진동시켜 물의 구조를 변화시킨 물이다. 물에 함유된 각종 광물질들이나 미량 원소가 산화 또는 환원 반응을 일으켜 고주파 환원수가 된다. 고주파를 처리하여 물의 클러스터를 작게 하고 물의 산화환원전위(ORP)를 증가시키고 용존 수소를 증가시켜 환원력을 높인 물로서, 전기 분해 방식에 의해 산성과 알칼리로 구분되지 않으면서 ORP와 수소이온의 환원력을 높이는 장점을 강조하는 기능수이다. 방청, 발조 방지, 스케일 방지, 살균, 동물의 성장 촉진, 신물의 선도 향상 등의 효과가 있다고 한다.[4]

5 공명자장수

공명자장수는 특수 세라믹과 레이저 기술을 사용하여 자장, 온도 및 압력에 변화를 일으킨 후 특수한 초여과기를 거쳐 제조된 것으로서 1990년에 미국에서 제조 특허 신청이 되어 1998년에 제조 특허(발명 특허)가 난 것이다. 이 공명자장수의 바탕수가 되는 물은 미국의 질 좋은 산악 지대에서 퍼 올린 물로 만든 고품질의 증류수인데 위에서 말한 제조 공정을 거쳐 물을 Micro Cluster 화합과 동시에 특수한 주형 구조를 만드는데 성공했다. 그 결과 특정의 파동 정보를 새겨 넣어 여타 정상적인 신체 부분에는 악영향을 끼치지 않고 특정의 기능 장애를 일으킨 조직에 대해서만 표적을 맞춰 영향을 줄 수 있게 되었으며 파동 정보도 장기간 유지할 수 있게 된다고 한다.[1]

MRA와 공명자장수를 같이 쓰는 목적은 MRA로 흐트러진 파동을 검지하여 그 파동을 공명자장수로 수정하기 위해서이다. 흐트러진 파동이라 함은 위상이 벗어난 것이라든지 파형이 흐트러진 것을 말한다. 몸의 여러 부위나 기관의 흐트러진 파동을 MRA로 검지하여 공명자장수에 그 수정한 파동을 전사하여 마침으로써 몸의 흐트러진 파동을 수정해 나가는 것이다. 파동수라 함은 공명자장수에 MRA와 같은 파동 기계로 파동 정보를 새겨 넣은 물을 말하는데 전사에는 2가지 방법이 있다. 하나는 MRA 안에 Code 화되어 저장되어 있는 파동 정보를 전사하는 방법과 특정한 물질의 파동 정보를 직접 전사하는 방법이다. 맛이나 냄새라든지 모양 등은 물에 전사하더라도 변화가 없다. 즉 물질적인 속성은 나타나지 않고 비물질적인 형태인 파동 정보의 형태로 전사되는 것이다.[1]

6 탈기수

물속에 녹아있는 산소, 질소, 이산화탄소 등의 공기성분을 막식 탈기장치를 이용하여 적게 하거나 제거한 물이다. 보통의 물속에는 1 m³ 당 10 - 20 L 분량의 공기가 녹아있다. 그런데 이 공기성분은 산소를 포함하고 있기 때문에 산화를 일으킬 수 있으며 표면장력이 나빠져서 초음파세척, 건조 등에는 좋지 않은 영향을 미치게 된다. 이와 반대로 공기성분이 제거된 탈기수는 초음파 세척에 매우 효율적이고 건조성도 좋아지며, 식품, 배관 등의 산화 변질을 막는 역할을 한다. 또한 흡수성이 높아져 식품가공 중 불림공정에 적용하면, 고속, 고품질 가공효과를 얻을 수 있다.[1] 끓여서 가공된 물은 탈기수이기 때문에, 오늘도 우리는 탈기수를 마시고 있다고 말할 수 있다.

7 오존수

오존 가스를 물에 용해시킨 것을 오존수라 부른다. 유럽에서 오래 전부터 활용해 오고 있으며, 산화작용이 강한 오존의 성질을 이용한 것이다. 오존수를 만드는 방법은 오존 가스를 물 밖에서 만들어 이를 물에 용해시키는 방법과 물속에서 바로 오존을 발생시키는 방법으로 대별할 수 있다. 우리나라의 삼덕전자에서 수중 오존 발생장치에 대한 한국, 미국, 일본, 독일 등의 특허를 가지고 있다. 오존수는 식품의 선도 유지, 살균, 소독, 표백, 물질의 분해, 잔류농약 분해 등의 효과가 있다.[1,12]

오존수는 오존이 물에 1 ppm 이상 녹아 있는 물이며, 살균력이 강력하기 때문에 물속에 있는 비브리오, 일반대장균, 살모넬라, O-157, 황색 포도상 구균 등의 병인성 세균을 수초에서 수분 이내에 살균 시키는 물이다. 오존은 살균력이 매우 좋고, 발암 물질을 만들지 않으므로 미국, 프랑스, 독일, 일본 등 선진국에서 상수도 및 정수장에서 100 여 년 전부터 많이 쓰이고 있다. 오존수는 물속에 병원균, 바이러스 등이 전혀 없을 뿐만 아니라 유기물, 중금속 등이 없고, 물 분자가 잘게 쪼개어져 있어서 식물이나 동물이 섭취했을 때 조직에 흡수가 잘된다. 이러한 장점 때문에 독일, 일본, 프랑스, 미국 등에서는 대부분의 상수도를 오존으로 정수처리하고, 한국에서는 수질이 비교적 나쁜 낙동강 수계의 칠서, 양산 등에서 오존 처리하고 있다. 우리가 자주 마시는 유명한 생수는 대부분 오존 처리한 오존수이다.[1]

8 전기석 처리수

전기석은 우리나라에서 터마린 또는 투어마린 등으로도 불리고 있다. 전기석은 물 속에서 미약전류를 발생시키기 때문에 전기석이라는 이름을 얻게 되었으며, 이 전류에 의하여 물이 전기분해 되며 또 전기석은 원적외선과 음이온을 방출하는 특성도 있다. 이 전기분해와 원적외선에 의하여 물의 상태가 변화게 된다. 민감한 피부나 알레르기성 피부질환, 아토피성 피부질환, 여성과 어린이들의 연약한 피부가 개선이 된다. 배수구에 끼는 이물질과 냄새가 현저히 감소되며, 세정력이 좋은 물이 되어 세제 사용량이 감소된다는 특징이 있다.[4]

9 파이워터(π -Water)

파이워터(π -Water)는 1964년에 야마시다쇼우지(山下昭治)농학박사(당시나고야대학 농학부 조교수)에 의해 처음으로 관련학회에 소개되었다. 파이워터의 정의는 초 미량의 2가 3가 철염에 유도된 물을 의미한다. 식물의 꽃눈 분화를 촉진하는 물질에 대한 연구를 수행하면서 세포 표면막에 있는 2가 3가 철염이 작용하여 유도되는 물이 꽃눈 분화에 중요한 역할(식물의 종자 유전자에 온도나 빛의 정보를 전달하는 역할)을 한다는 사실로부터 파이워터(π -Water)를 발견하게 되었다고 한다.[4]

석회암, 산화철이 주성분인 돌, 세라믹으로 만든 돌을 필터 내에 넣어 물을 파이화시키는 것이다. 즉 암석에서 나오는 파장 4-14m의 원적외선이 물 분자 클러스터를 절단시켜 작은 클러스터로 만든다는 원리이다.

10 해양 심층수

해양 심층수란 태양광이 도달하지 않는 수심 200 m 이하의 깊은 바다에서 끌어올린 해수로서 수온이 연중 3°C 이하를 유지하고, 해양식물성장에 필수적인 영양 염류와 미네랄이 풍부하고 유기물이나 병원균 등이 거의 없는 깨끗한 물로 알려져 있다. 해양 심층수는 주로 북극의 그린란드(Greenland)주변의 차가운 기온으로 비중이 높아진 해수가 심해로 가라 앉아 만들어지며, 남태평양, 인도양, 남대서양을 경유하면서 2천년을 주기로 지나간 세월 동안 세계의 바다를 유유히 흐르는 신비의 물이다.[1]

해양 심층수는 바닷물이기 때문에 당연히 염분이 가장 많이 포함되어 있다. 염분을 지나치게 섭취하지 않도록 하고, 음료수로서의 맛을 조화롭게 하기 위하여 염분을 필요한 만큼 제거할 필요가 있다. 해양 심층수를 100 % 원료로 하여 여러 가지 물리적 처리를 통한 먹는 해양 심층수 제품, 해양 심층수와 하천수를 혼합 처리한 제품 또는 다른 성분을 첨가한 혼합음료 형식의 제품 등이 다양하게 있다.

해양 심층수를 처리한 물(먹는 해양 심층수)은 다양한 미네랄 함량과 미네랄 조성에 의해서 유효한 생리작용이 기대되어 질병 예방이나 건강 유지에 도움이 된다. 마그네슘이나 인산이온의 작용에 의해 식품의 발효나 숙성을 촉진시키며, 좋은 식품으로 제조되게 한다. 마그네슘이온의 강한 수화 결합에 의해 식품의 물성이나 선도, 미각 등의 향상에 도움이 되는 특징을 가지고 있다.[1]

해양 심층수의 이용분야는 생수, 주류 및 두부 등 음료, 식품 분야, 해양요법, 화장품 등 의료, 레저, 미용분야, 해조류 양식 등 수산분야, 해양 온도 차 발전 등 에너지 분야 및 농업분야 등에서 다양하게 산업화가 추진되거나 실용화를 위한 연구가 진행 중에 있다.

11 자기 처리수(자화수)

자화수는 자기장을 이용하여 물의 특성을 변화시키는 것으로서, 영구자석과 전자석을 이용한 2 가지 방법으로 제조한다. 강력한 자기를 물에 통하면 물 분자의 집단(클러스터)이 생체수와 같이 안정되게 배열되어 육각수로 구조화되어, 결과적으로 물의 체내 흡수성이 늘어난다고 하는 이론에 근거한다. 또 배관 속을 순환하는 물에 자기를 통하면 배관에 녹이나 스케일이 생성되는 것이 억제되므로 배관의 부식방지에 이용하고 있다.[1]

자기 처리수는 자화수라는 이름으로 더 널리 사용되고 있다. 물의 자화현상에 대해서는 오래 전부터 많은 사람들에 의해 연구되어 왔다. 영국의 Lielmezs와 Alleman은 온도변화에 따른 물의 점성에 미치는 약한 자기장의 영향을 발표 하였고,[12] 1978년에 핀란드의 Simola와 Virtamo는 Landau orbital에 의해 파동함수를 확장시키는 방법을 이용하여 강한 자기장 내에서 수소원자의 에너지 준위를 계산하였으며,[13] 1980년에 체코슬로바키아의 Vacek은 25°C의 물에 있어서 순수한 산소의 용해도에 대한 외부 자기장의 영향에 대해 연구를 했다.[14] 1983년에 소련의 Pershina 등은 일정한 자기장하에서 액체의 상전이에 관계된 열교환과정을 연구 보고한 바 있다.[15] 1987년 Zhang과 Wu는 자화수를 사용하여 사육된 물고기의 신장 내 calcium crystal이나 조직 내 calcium의 농도가 평범한 물에서 사육된 물고기 보다 현저하게 낮았다고 보고 하였다.[16] 1994년에 Ueno 등은 자기장을 통과하면서 물 분자 배열이 기존의 물과 달라짐으로써 물리화학적 물성이 달라진다고 보고하고 있다.[17] 1998년 Johnson 등은 구강세정기에 사용된 자화수가 플러그나 치아건강에 미치는 영향을 발표하였고,[18] 2001년에 Han 등은 자화수를 배합수로 사용한 콘크리트의 강도 증진 효과를 발표하였고,[19] Jeon 등은 자화수에서 염류의 용

해속도 변화를 salt column assay 를 통해 3 종류로 구분하였다.[20] 첫째 종류는 자화수에 의해 용해속도가 감소되는 염류들 (NaCl, sodium citrate, urea, (NH₄)₂SO₄), 둘째 종류는 용해속도가 변하지 않는 염류 (KH₂PO₄). 셋째 종류는 자화수에 의해 용해속도가 증가하는 염류들 (KCl, glycine, Tris-base, MgSO₄, 붕산)이다. 이 결과에서 보듯이 자화수는 NaCl 과 KCl 염들의 용해속도에 각기 다르게 영향을 미침을 알 수 있다.

생체 내에서 물 분자의 역할은 특히 중요하다. 그런데 이러한 물 분자는 직접 다른 생체 물질과 반응하여 이루어지는 것이 아니라 완충용액 속에서 적당한 용질의 존재 하에 행해진다. 생체 내 주요 용매인 물에는 Na⁺, K⁺ 등의 용질이 녹아서 완충용액을 형성하는데, 이 용질은 물 분자와 반응해 물 분자 배열을 바꾸어 줄 수 있다. Na⁺, K⁺의 영향은 매우 상반적으로 나타난다. Na⁺와 물 분자는 서로 반응해 물 분자가 Na⁺ 주위로 모이게 함으로써 물 분자 배열을 구조화된 양상으로 부풀리게 된다. 즉, 물 분자를 강하게 당김으로써 물 분자의 쌍극성을 약화시켜 다른 용질과의 반응성을 감소시킨다. 반면, K⁺는 물 분자 주위를 둘러싸는 배열을 함으로써 물 분자들을 밀집시켜 클러스터를 형성하게 된다. 특히 생체 내의 세포에서는 Na⁺와 K⁺ 이온들을 각각 세포의 바깥과 안에서 구별하여 존재하는데, 세포 바깥에서 풍부하게 존재하는 Na⁺는 세포외기질의 삼투압을 유지하는데 중요하게 사용되지만, 용매와 함께 세포 내로 들어온 Na⁺ 이온은 세포의 Na⁺ 펌프에 의해 세포 바깥으로 추출 되며, 동시에 K⁺ 이온이 세포 내에 농축되어진다. 최근 세포 내 미토콘드리아의 내벽에 존재하는 물 분자 클러스터의 연구 결과, 물 분자 클러스터들이 세포 외 기질에 비해 농축 되어져 있는 것을 알았는데, 이는 K⁺ 이온이 물 분자 클러스터를 농축시킴으로써 세포 내 미토콘드리아 구조에 농축된 물 분자가 쉽게 반응할 수 있도록 하는 것으로 설명된다. 결과적으로 물 분자 클러스터가 농축되는 현상으로 인해 원활한 세포 내 대사가 이루어진다고 볼 수 있으므로, 자화수의 역할이 생체 내에서도 중요함을 알 수 있다.

또한 2002 년에 Jeon 등은 자화수가 염류의 침전반응을 촉진시킨다는 것을 발표 하였다.[21] 자화수가 염류의 이온 침전반응에서 증류수에 비해 염류의 용해도를 증가시킬 뿐만 아니라 이온화된 염류의 침전반응 속도를 증가시켜 염류의 침전량이 증가되고 있다는 사실은 특이할 만하다. 이는 자화수의 물 분자가 구조화되면서 무수히 많은 작은 클러스터들을 형성해 물 분자 사이의 결집 및 반응력은 증가하지만, 물 분자와 다른 이온 물질 간 결합 및 반응력은 상대적으로 감소되어, 용질인 양이온 음이온 간 결합력을 증가시키게 되어 침전반응 속도가 증가된 것이라고 설명한다. 자화수는

석고의 경화반응을 촉진시키며, 보다 섬세하고 치밀한 구조의 석고 결정체를 유발한다. 이는 자화수의 물 분자 배열이 갖는 특징이 석고의 수화반응에 영향을 미친 것으로 자화수의 물 분자 클러스터가 최종 경화 과정에서 석고 분자와 신속한 결정화를 이루었기 때문이다.

2004년에 Krems는 자기장이 물 분자간의 반데르발스 결합을 약하게 한다는 것을 발표하였다.[22] 2006년에 Lee 등은 자기장 영향 하에서 수질 특성 변화에 따른 채소 재배를 연구를 발표하였고,[23] Park 등은 자기장에 의한 몇몇 절화식물의 개화연장에 관한 연구를 발표하였다[24] 2007년에 Yun 등은 자화수가 절화 수명에 미치는 영향을 발표하였고,[25] 2009년에 Lee 등은 자화수가 계면활성제의 임계미셀농도(CMC, Critical Micelle Concentration) 변화에 미치는 영향에 대한 연구를 발표하였다.[26]

계면활성제는 일정 농도 이상에서 계면활성제 분자들끼리 모여 미셀(micelle)이라는 구조를 형성하는데 이때의 농도를 CMC라 부른다. 미셀이라는 구조를 형성해야만 세제로서의 작용을 할 수 있으며, CMC가 낮을수록 상대적으로 물에 들어가는 세제의 실제 양이 적어진다. 계면활성제는 용액 속에 소량만 존재하더라도 용액 계면이나 표면의 성질을 바꿀 수 있으며, 농도가 증가함에 따라 세척성, 점성률, 굴절률, 삼투압, 전기전도도, 계면장력 및 표면장력 등이 크게 변화되지만 CMC를 기준으로 그 이상의 농도에서는 이런 물성들이 크게 변화하지 않게 되므로 CMC는 계면활성제의 중요한 특성이다. 일반적으로 전도도계(conductivity meter)와 표면장력계(Surface Tensiometer), 등온적정열량계(Isothermal titration calorimeter, ITC) 등을 사용하여 CMC를 측정할 수 있다. 물에 계면활성제가 첨가되어있는 상황일 때, 소수성기를 둘러싼 물 분자들은 계면활성제가 없는 경우보다 열적 움직임이 줄어들게 된다고 한다. 이는 구조가 덜 융통성 있게 변화하는 것으로 물의 구조화를 의미하는 것이다. 따라서 계면활성제가 물 속에 흩어져 있을 때 계면활성제의 소수성기 근처에 존재하던 물 분자들은 소수성기와 분리되어 떨어지려 하며 자신들끼리 구조화를 이루게 된다. 원래 소수성기들 주위의 물은 일반적으로 구조화되어 있다고 한다. 즉, 물의 구조화가 많으면 소수성기들의 활성화를 높여 소수성기들 간의 소수성 상호작용을 증가시키게 되는 것이다. 만약 물의 구조화가 많이 그리고 여러 곳에서 cooperative하게 일어난다면, 당연히 소수성기들 간의 상호인력을 증가시켜 소수성기들 간의 모임을 증진시킬 것이다. 대조군인 증류수에 비하여 자화수는 물 분자가 치밀하게 구조화되어서 수많은 cluster들을 형성함으로써, 물 분자 사이의 결합 및 반응력이 증가된 것이며, 그 결과 자화수에서 계면활성제의 CMC는 일반적으로 더 낮아지게 된다. 또

한, 수용액과 같은 극성 용매에서 대부분의 용질은 이온화, 이온 흡착, 이온 용해 등의 과정에 의하여 표면 전하를 띠며, 이러한 표면 전하는 인접한 극성 용매의 전하 분포에 영향을 준다. 하전된 표면 근처의 극성 용매 영역은 용질의 반대이온에 의해 중성화된 전기 이중층을 형성하게 되는데, 용매와 접촉하고 있는 표면들은 양이온 보다는 음이온으로 더 하전되어 있는 경우가 많다. 이것은 양이온이 음이온에 비하여 더 수화되어 있어서 용매의 내부에 존재하려는 경향이 크고, 음이온은 극성이 더 커서 흡착하려는 경향이 더 크기 때문이다. 따라서 증류수 보다 자화수에서 계면활성제의 소수성기들 간의 상호인력이 증가 되었으며, 강한 전기 이중 층 구조를 형성하였기에 음이온 계면활성제인 SDS(sodium dodecyl sulfate)가 양이온 계면활성제인 CTAB(cetyltrimethylammonium bromide)보다 CMC 감소 효과가 더 크게 나온 것이라 할 수 있다. 비이온 계면활성제의 친수성기는 음의 부분전하 분포를, 소수성기는 양의 부분전하 분포를 이루고 있는데, 자화수의 수많은 물 분자들에 의해 둘러싸여진 계면활성제는 소수성기에서의 양의 부분전하가 크게 증가하여 정전기적 반발이 작아지기 때문에 그 감소 효과가 크게 측정된 것이라 생각되며, 이는 반대이온의 세기에 의해서 보다 더 쉽게 영키게 된다고 설명했던 Schultz-Hardy의 규칙에서 나타난 것과 같다.[27] 자화수가 수많은 cluster 들을 형성함으로써 증류수 보다 강한 전기이중층 구조를 형성한 것이라 생각되어지며 그 결과 비이온 계면활성제인 Pluronic F-68의 CMC는 다른 계면활성제 보다 감소효과가 크게 측정되었다.

2010년에 Woo 등은 자화수의 얼음 결정이 더 작다는 것을 발표하였고,[28] 2012년에 Zhou 등은 자화수를 사용했을 때 DNA가 더 쉽게 슈퍼코일링을 하는 효과가 있다는 것을 발표하였다.[29]

2013년에 Lee 등은 디게싱 처리한 자화수가 전도도, IR, 표면장력 등에 미치는 영향을 발표하였다.[30] 물을 자기장으로 자화 처리를 하게 되면 물분자의 클러스터의 크기가 작아지기 때문에 물속의 공기들이 제거되는 경향이 있다. 자화 처리 후 물 속에 남아있는 공기들의 양에 따라서 자화된 정도나 memory time 같은 자화 효율 등 자화수가 되었을 때 마다 차이가 조금씩 발생하여 실험 결과들의 재현성에 차이가 생긴다고 할 수 있다. 초음파처리 장치를 이용하여 1시간 정도 디게싱을 통해 충분히 공기를 제거한 뒤 자화수를 제조했을 때의 특성들이 기존의 자화처리 후 만든 자화수와 차이가 생김을 알 수 있다. 일반적으로 물속에 용해되어 있는 공기들은 전도도에 영향을 주는데, 공기가 많을수록 전도도 값이 떨어지는 경향이 있다. 자화수는 일반적으로 전도도가 증가한다고 알려져 있으나, 디게싱한 증류수를 자화 처리하면 기존의 디게싱한 증류수 보다 전도도가 감소하게 된다.

자화수의 물리화학적인 현상은 일부 무기질의 침전 및 가수분해 반응에 국한되는 것이 아니라, 광범위한 생물현상에 모두 나타날 수 있으므로 많은 학자들이 관심을 갖고 있다.

자화수(magnetized water)는 원래 물 분자가 자화되어서 자기장의 특성을 갖는다는 의미가 아니라, 자기장에 의하여 물 분자 배열이 바뀌어져서 특이한 물의 특성을 보이는 상태를 의미한다. 이것을 알아보기 쉽게, 그림 1에 일반 물과 자화수의 구조적인 특성을 표시하였다. 물을 화학적으로 취급하지 않고도 물의 구조를 변화시켜, 물의 성질을 바꿀 수 있는 것이다. 모든 물 분자들은 변화하는 자기장에 의해 반응할 수 있는데, 이는 수소원자가 강한 자기장에 의해 유도되는 자기공명과 구별되는 현상으로 강한 자기장에 의해 수소원자는 일반적으로 자기장 방향으로 스핀 배열을 한 후 바로 회복되지만 계속적으로 스핀배열이 지속되는 경우에는 수소원자가 물 분자의 쌍극자 특성인 H^+ 에 영향을 주어 결국 물 분자 배열에 영향을 주게 된다. 이것은 자화수의 NMR 관찰에서 T_2 relaxation 시간이 증가하는 것으로 확인 할 수 있다.[30]

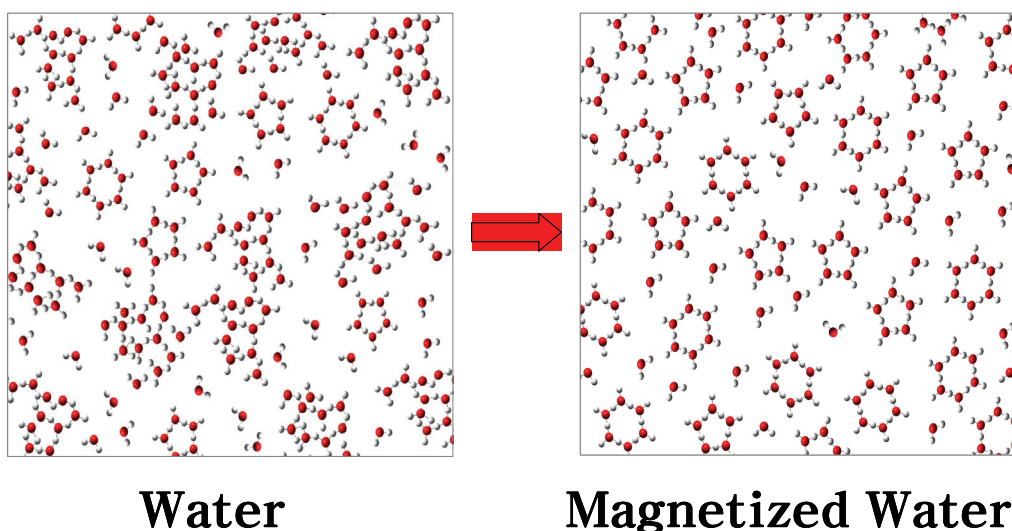


그림 1. The structural characteristics of ordinary and magnetized water. The ordinary water have mixed structures with large and small clusters, and even free water molecules without clusters. However, the magnetized water have the cooperative organized clusters by forming the numerous smaller sized clusters.

12 자화수의 응용

1) 스케일 생성 억제

자화수는 염화칼슘의 용해성을 증가시켜 증류수에 비해 칼슘 이온의 농도가 증가된다. 따라서 보일러 등의 물탱크에 있는 물을 자화수로 만들면 단단하게 석회화된 응고물이 생기지 않고 slough 화되어 쉽게 제거되는 침전물이 생긴다는 것을 알 수 있다. 앞에서 이야기 한 것처럼 자화수는 염류의 이온 반응속도를 증가시켜 칼슘이온의 용해성을 증가시키고, 이것이 음이온과 쉽게 반응하여 신속한 침전반응을 일으키게 함으로써 일반적으로 보일러 내의 탄산칼슘 같은 석회화 침전반응이 서서히 일어남으로써 생기는 커다란 결정화를 막고 작은 결정체의 침전물이 증가되어, 보일러 내에 발생하는 석회화된 침전물을 slough 화한 침전물로 바꿔 쉽게 제거가 가능한 상태로 만드는 것이다.[31]

2) 물의 경도 감소

경수 (hard water)라는 말은 일반 물 보다는 빨래할 때 세탁비누를 더 많이 필요로 한다는 의미에서 출발한다. 물의 경도는 녹아있는 미네랄의 양을 측정함으로써 알 수 있다. 물은 흙 속에 스며들면서 석회석과 백운석 같은 미네랄에 노출된다. 적절한 조건 아래서, 이들 미네랄의 적은 양이 지하수에 녹아 들어가면 물은 경수가 된다. 물의 경도는 용해된 경화 미네랄의 양으로 정량화된다. 가장 흔한 경화 미네랄은 마그네슘과 칼슘의 탄산과 황산 형태이다. 전체 경화 미네랄 농도가 17 ppm 보다 작은 물을 연수 (soft water)라 부른다.[32] 일반적으로 경수는 60 에서 120 ppm 의 농도를 가지며, 180 ppm 이상을 갖는 물을 아주 심한 경수라 부른다. 경수는 용해된 미네랄이 스케일을 형성하기 때문에 바람직하지 않다. 간단하게 스케일은 용해된 미네랄의 고체 상이다. 어떤 경화 미네랄은 온도가 올라감에 따라 물에서 덜 용해된다. 이들 미네랄은 물 가열장치, 욕조, 온수 관의 표면에 침전물 형태로 달라붙어 이들 기기의 수명을 단축시킨다. 또한 경수는 비누 소비를 증가시키는 문제점을 갖고 있다. 많은 가정이나 공장에서는 위와 같은 경화로부터 문제를 해결하기 위해 연수장치를 사용한다. 대부분의 연수장치는 물을 이온 교환 수지를 통과시킴으로써 용해된 마그네슘과 칼슘을 제거한다. 이들 이온 교환 수지는 칼슘과 마그네슘을 잡고, 소듐은 방출시키는 메커니즘으로 되어 있다. 결과적으로 경수에 있는 칼슘과 마그네슘 이온은 소듐 이온으로 대체된다. 그러나 이것의 문제점은 이온교환 수지를 주기적으로 교체해야 된다는 것이다. 이것의 대체 방법으로서 자화수를 활용하는 것이다. 자화처리 한

다고 해서 어떤 마그네슘이나 칼슘이 물에서 제거되는 것은 아니고 용해된 미네랄의 스케일 형성 경향을 감소시키는 역할을 한다. 용해된 미네랄 농도가 아직 경수를 나타내는 수치라 할지라도, 자화수 물은 마치 연수처럼 행동하는 것이다.[33] 이것의 원리는 위에서 자세히 언급하였다.

3) 콘크리트 강도 증가

콘크리트 혼합 과정에서 일반 물 대신 자화수를 사용했을 때의 콘크리트 가공성과 압축 강도에 대해 살펴본다. 이 기술은 콘크리트 혼합물에서의 어떤 성분 변화도 없이, 단지 물의 효과적인 측면만을 보는 것이다. 물의 효과적인 성질은 자기장에서 물의 흐름 속도, 자기장 세기, 자기장 노출 시간에 따라 다르다. 결과적으로 압축 강도는 20% 이상 향상되었으며, 어떤 첨가물 없이도 더 높은 밀도와 작은 다공성을 보여주고 있다. 즉 높은 강도를 갖는 경제적인 콘크리트를 생산하게 된 것이다. 물에 자기장을 쬐어주면, 물의 물리적인 성질이 변하게 되어 물 클러스터의 분자 수는 5에서 6개로 감소된다. 이것은 표면장력을 감소시키게 되고, 따라서 물 분자의 수화과정에 대한 기여도를 높이게 된다. 즉, 물 분자들은 시멘트 알갱이에 기본적으로 존재하고 있는 수많은 정전기적인 부분들에 더 쉽게 달라붙어, 일반 물에 비해 더 빠르게 더 완전하게 수화된 시멘트를 만들게 된다.[34]

시멘트와 물을 섞으면, 수화과정이 시작되고 콘크리트는 시간에 따라 강도와 내구성을 갖게 된다. 보통 수화과정은 물, 온도, 수화되지 않은 시멘트의 정도에 의해 좌우된다.[35] 수화과정에서 물은 시멘트와 화학적으로 결합한다. 고 강도와 고 성능의 콘크리트는 1980년 이래로 콘크리트 개발에 있어서 가장 흥미로운 주제 중 하나로써, 현재는 100 MPa 이상의 압축 강도를 갖는 콘크리트를 만들게 되었다. 따라서 콘크리트 혼합물에서 일반 물 대신 자화수를 사용함으로써 작업성 개선과 높은 압축 강도를 갖는 콘크리트를 만들게 되었다는 것은 중요한 의미가 있다.

4) 식물 및 동물 성장 촉진

자화수에서 물의 구조는 물 분자를 매우 작은 많은 수의 균일한 클러스터들로 재방향시킨 것으로 대부분 오각형이나 육각형 모양의 형태를 띤다고 가정한다. 따라서 이들 작고 일정한 크기의 클러스터들은 식물이나 동물의 세포막을 쉽게 통과할 수 있다.(그림. 2) 즉, 자화수는 식물과 동물 세포에 있어서 생물학적으로 친한 화합물이다. 식물이나 동물의 성장 촉진에 대한 연구는 수없이 많이 행해져 왔다. 자연 상태의 일반적인 물에는 다양한 이온의 유기 무기 같은 작거나 큰 입자가 많이 포함되어 있으

며, 이들 물 분자 클러스터들은 주변 이온에 따라 클러스터의 크기도 다양하고 느슨하게 연결되어 있다고 할 수 있다. 변화 무쌍하게 움직이는 혼돈 상태의 느슨한 이들 클러스터들은 유독 물질과 공해 물질에 쉽게 결합하여 세포 막을 통과함으로써 부정적인 효과를 유발한다.[36] 그러나 작고 수없이 많은 조직적으로 구조화된 클러스터로 구성된 자화수에는 유독한 분자들이 결합할 수 없는 것이다.

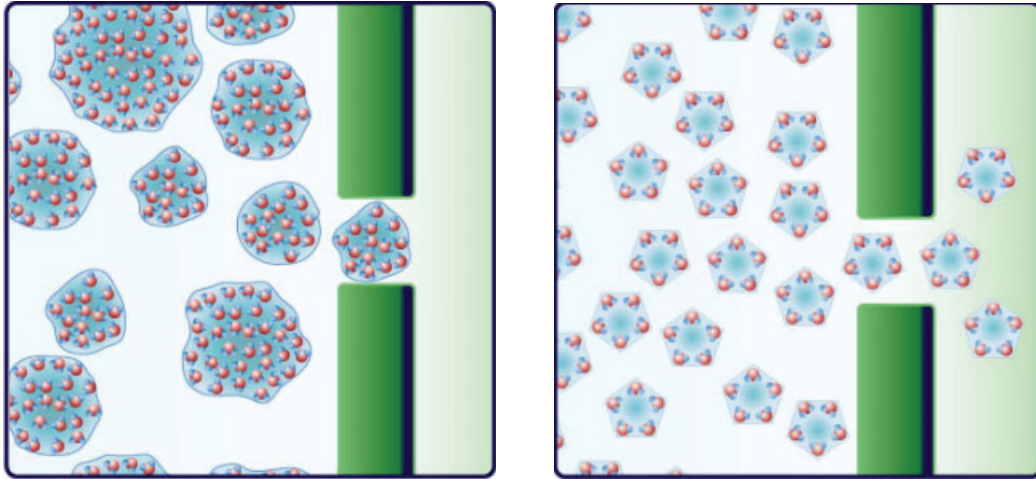


그림. 2 The water molecules with small sized clusters can enter the cell with small holes more easily than that with large sized clusters.

5) 흙의 성분 개선

흙에서 자화수가 할 수 있는 3가지 역할은 과량 용해된 염의 제거, 표층 흙의 pH 값 감소, 인산, 탄산, 황산염 같이 아주 소량 녹는 성분들을 용해시키는 것이다.[37] 게다가 자화수는 흙에서 영양분의 움직임을 증가시킴으로써, 식물에 의한 P, K, N 그리고 Fe 의 추출과 흡수를 증진시킨다. 또한 자화수는 첨가한 비료의 효용성을 증가시킨다.[38] 염분이 함유된 관개 용수를 자화 처리하면, 흙의 염분이 제거되는 효과가 있다고 보고되어 있다. 즉, 자화수는 염의 용해도를 증가시키는 콜로이드와 염이온의 수화를 감소시킴으로써, 염이 결정화하는 것을 가속화하는 방식으로 염을 제거하게 된다.[38] 자화수는 과량 용해된 염의 침출을 증가시킴으로써 흙의 알칼리성을 낮추고 약간만 녹는 염을 용해시킨다. 자화수를 사용해 흙을 침출하게 되면, 일반 물로 침출한 흙에 비해 유용한 인 성분이 현저히 증가하게 된다.

6) 세제 사용량 감소

계면활성제는 일정 농도 이상에서 계면활성제 분자들끼리 모여 미셀(micelle)이라는 구조를 형성하는데 이때의 농도를 CMC(Critical Micelle Concentration)라 부른다.

미셀이라는 구조를 형성해야만 세제로서의 작용을 할 수 있으며, CMC가 낮을수록 상대적으로 물에 들어가는 세제의 실제 양이 적어진다. 물의 구조화가 많으면 소수성기들의 활성화를 높여 소수성기들 간의 소수성 상호작용을 증가시키게 된다. 만약 물의 구조화가 많이 그리고 여러 곳에서 cooperative하게 일어난다면, 소수성기들 간의 상호인력을 증가시켜 소수성기들 간의 모임을 증진시킬 것이다.[26] 자화수는 물분자가 치밀하게 구조화되어서 수많은 cluster들을 형성함으로써, 물분자 사이의 결합 및 반응력이 증가되며, 그 결과 자화수에서 계면활성제의 CMC는 일반적으로 더 낮아지게 된다.

7) 녹차의 유효성분 추출

녹차는 많은 사람들에게 높은 인지도를 갖고 있는 것만큼이나 연구 또한 많이 진행되어 왔다. 녹차에는 카테킨이라는 폴리페놀 화합물이 다량으로 함유되어 있기 때문에 여러 분야에 많이 응용되고 있다.[39] 요즘 각광받고 있는 항산화효과는 녹차의 카테킨에 의해서 나타난다.[40,41] 여러 카테킨들 중에서 epigallocatechin gallate (EGCG)는 녹차 카테킨 성분 중에서 65%를 차지하고 있으며 항산화 효과가 좋은 것으로 알려져 있다.[42,43]

녹차의 유용한 성분을 추출하기 위해서는 여러 다양한 방법들 (공업적인 방법 포함)이 동원되는데, 주로 용매추출법이 이용되고 있다.[44] 그러나 추출된 성분을 우리가 먹기 위해서는 몸에 해로운 용매를 쓴다든지, 중간에 어떤 해로운 물질이 첨가 되면 안 되는 것이다. 즉 일반적으로 가정에서 사용하는 녹차의 물 사용 침출법이 가장 안전하고 편리한 방법이다. 따라서 어떤 물을 사용해 어느 방식으로 추출하는가가 상당히 중요하다고 할 수 있다. 자화수는 물 분자가 더 조밀하게 구조화되어 작은 cluster들을 많이 형성함으로써 동·식물의 세포에 대한 침투효과가 빠르며, 용해도 및 반응성이 뛰어나다는 성질이 있으므로, 이러한 기능성을 갖는 자화수를 활용해 녹차의 유효성분을 추출하게 되면 보통 물로 추출하는 거보다 많은 양의 유효성분을 추출할 수 있어 이것을 음용했을 때 몸에 훨씬 좋은 효과를 기대할 수 있는 것이다.

III. 감사의 글

이 리뷰는 강릉원주대학교 자연과학연구소의 지원을 받았음.

IV. 참고 문헌

1. 주희완, *물의 특성과 고도 이용기술*, 아카데미서적, 2011.
2. 전무식, *6각수의 수수께끼*, 김영사, 1995.
3. 김현원, *첨단과학으로 밝히는 물의 신비*, 서지원, 2002.
4. 진수웅, *물과 우리의 건강*, KPEP기술자료, 1997.
5. 뱃맨젤리지, F. *물, 치료의 핵심이다*, 물병자리, 2007.
6. 뱃맨젤리지, F. *자연이 주는 최상의 약, 물*, 동도원, 2006.
7. 이태교, *재미있는 물이야기*, 현암사, 1998.
8. 천속표, *물*, 공부방, 1990.
9. 우에다이라 히사시, *물이란 무엇인가*, 전파과학사, 1994.
10. 홍윤호, *물의 과학과 미학*, 전남대학교출판부, 2010.
11. 김인혁, *수소수, 과연 기적의 물인가?*, 서락, 2015.
12. Lielmezs, J.; Alleman, H. *Thermochim. Acta* **1977**, *21*(2), 225.
13. Simola, J.; Virtamo, J. *J. Phys. B.* **1978**, *11*(19), 3309.
14. Vacek, V. *Thermochim. Acta* **1980**, *35*(2), 181.
15. Pershina, M. A.; Kardashev, G. I.; Salosin, A. V. *Elektron. Obrab. Mater.* **1988**, (4) 57.
16. Zhang, Y.S.; Wu, H.W. *Z. Urol. Nephrol.* **1987**, *80*(9), 517.
17. Ueno, S.; Iwasaka, M. *IEEE trans. magnetics* **1994**, *30*(6), 4698.
18. Johnson, K.E.; Sanders, J.J.; Gellin, R.G.; Palesch, Y.Y. *J. Clin. Periodontol.* **1998**, *25*, 316.
19. Han, S.M.; Yoon, D.H.; Song, H. M. *J. Korean Soc. Civil Eng.* **2001**, *21*(3A), 373.
20. Jeon, S. I.; Kim, D-R.; Lee, S. K. *J. Korean Chem. Soc.* **2001**, *45*(2), 116.
21. Jeon, S.I.; Kim, D-R.; Lee, S.H.; Kim, D. S., Lee,S. K. *J. Korean Chem. Soc.* **2002**, *46*, 1.
22. Krems, R.V. *Phys. Rev. Lett.* **2004**, *93*, 013201.

23. Lee, H.J.; Hwang, J.M. *J. Bio-Environ. Control.* **2006**, *15*(4), 412.
24. Park, K.S.; Kim, S.H.; Bang, K.J. *J. People Plants Environ.* **2006**, *9*(2), 55.
25. Yun, J.G.; Kim, J.S.; Choi, K.O. *J. Agric. Tech. Res. Inst.* **2007**, *20*, 65.
26. Lee, S.H.; Lee, S.K.; Jeon, S.I. *J. Korean Chem. Soc.* **2009**, *53*, 125.
27. Woo, M.W.; Mujumdar, A. S. *Drying Technol.* **2010**, *28*, 433.
28. Atkins, P.W. *Physical Chemistry*, Freeman and Company, San Francisco, U.S.A., **1990**.
29. Zhou, Z.; Zhao, H.; Han, J. *CIESC J.* **2012**, *63*, 1405.
30. Lee, S.H.; Jeon, S.I.; Kim, Y.S.; Lee, S.K. *J. Mol. Liq.* **2013**, *187*, 230.
31. Rubin, A. J. *To Determine if Magnetic Water Treatment is Effective in Preventing Scale*, Ohio State University, **1973**.
32. Harrison, J. *WQA Glossary of Terms. Water Quality Association.* Lisle, Ill. **1993**.
33. Coey, J.M.D.; Cass, S. *J. Magnetism and Magnetic Materials*, **2000**, *209*, 71.
34. Nan S.; Wu Y.H.; Mar C.Y. *Effect of Magnetic Field Treated Water on Mortar and Concrete Containing Fly Ash, Cement and Concrete Composites*, **2003**, *25*(7), 681.
35. Neville, A.M. *Properties of Concrete*, Longman, Third Edition, UK. **1993**.
36. Podleoeny, J.; Pietruszewski, S.; Podleoeny, A. *Int. Agrophys.* **2004**, *18*, 65.
37. Mohamed, A.I.; Ebead, B.M. *Internat. J. of Eng.* **2013**, *2*(2), 2305.
38. Hajer, A. Hajer, A. S.; Malibari, A.A.; Al-Zahrani, H.S.; Almaghrabi, O.A. *African J. Biotech.* **2006**, *5*(10), 855.
39. Chen, Z.P.; Schell, J.B.; Ho, C.T.; Chen, K.Y. *Cancer Lett.* **1998**, *129*, 173.
40. Sagesaka, M.; Tane, Y.; Sugiura, T.; Miwa, Y.; Yamaguchi, K. *Yakugaku Zasshi.* **1996**, *116*, 388.
41. Yoshida, Y.; Kiso, M.; Goto T. *Food Chem.* **1999**, *67*, 429.

42. Coimbra, S.; Castro, E.; Rocha-Pereira, P.; Rebelo I.; Rocha S.; Santos-Silva A. *Clin. Nutr.* **2006**, *25*, 790.
43. Fujiki, H. *Chem. Rec.* **2005**, *5*, 119.
44. Kondo, K.; Kurihara, M.; Miyata, N.; Suzuki, T.; Toyoda, M. *Free Radical Biol. Med.* **1999**, *27*, 855.

거친 접근들의 성질들

곽서연, 고정미¹⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 수학과

Properties of Rough approximations

Seo Yon Gark, Jung Mi Ko¹⁾

*Dept. of Mathematics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung,
25457, Korea*

Abstract: In this paper, we study the mathematical properties of rough sets. We investigate accuracy (roughness) measures and positive (negative) regions of a set. Moreover, We give their examples.

요약: 이 논문에서는 거친 집합들의 수학적 성질들을 연구한다. 한 집합의 적합도(거친 정도)와 긍정적(부정적) 영역들을 조사하고 그 예들을 주었다.

Keywords: Upper (lower) approximations, accuracy, roughness, positive (negative) regions

1. Introduction

Pawlak introduced the rough set theory as a formal tool to deal with imprecision and uncertainty in the data analysis. It is based on equivalence relation and crisp sets. There has been a rapid growth in interest in rough set theory in recent years. Its applications are decision system modeling and analysis of complex systems, fuzzy sets, neural networks, evolutionary computing, data mining and knowledge discovery, pattern

1) Corresponding Author. E-mail: jmko@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2268
이 논문은 강릉원주대 자연과학연구소 지원을 받아 작성되었습니다.

recognition, machine learning, business and finance, chemistry, computer engineering, environment, medicine, etc.

In this paper, we study the mathematical properties of rough sets. We investigate accuracy (roughness) measures and positive (negative) regions of a set. Moreover, We give their examples.

2. Equivalence relations

Definition 2.1 A subset R of $X \times X$ is an equivalence relation on X if it satisfies the following conditions:

(Reflexive) $(x, x) \in R$ for all $x \in X$,

(Symmetric) If $(x, y) \in R$, then $(y, x) \in R$,

(Transitive) If $(x, y), (y, z) \in R$, then $(x, z) \in R$.

A subset R of $X \times X$ is a quasi-equivalence relation if it is reflexive and transitive. A subset R of $X \times X$ is a tolerance relation if it is reflexive and symmetric. Let R and S be equivalence relations on X . We call S a refinement of R if $S \subset R$. We also say that S is finer than R .

We denote

$$[x]_R = \{y \in X \mid (x, y) \in R\}, \quad X/R = \{[x]_R \mid x \in X\}$$

A family $P = \{X_i \mid X_i \subset X\}$ is called a partition (classification) of X if it satisfies $X = \cup_i X_i$, $X_i \cap X_j = \emptyset$.

3. Rough approximations

Definition 3.1 Let X be a nonempty set and R an equivalence relation on X . A pair (X, R) is called an *approximation space*. The function $Apr_R : P(X) \rightarrow P(X) \times P(X)$ is called a *rough approximation* if it is defined by $Apr_R(A) = (\underline{R}(A), \overline{R}(A))$, for all $A \in P(X)$ where

$$\underline{R}(A) = \{x \in X \mid [x]_R \subset A\}, \quad \overline{R}(A) = \{x \in X \mid [x]_R \cap A \neq \emptyset\}$$

and $[x]_R = \{y \in X \mid (x, y) \in R\}$. Moreover, $\underline{R}(A)$ is called a lower rough approximation of A and $\overline{R}(A)$ is called an upper rough approximation of A .

Definition 3.2 Let (X, R) be an approximation space. A pair $(\underline{R}(A), \overline{R}(A)) \in P(X) \times P(X)$ is called a rough set of A iff $(\underline{R}(A), \overline{R}(A)) = Apr_R(A)$ for some $A \in P(X)$.

(1) A subset $A \subset X$ is called *definable* iff $\underline{R}(A) = \overline{R}(A)$. If A is definable, A is called an *exact set*.

(2) $\alpha_R : X \rightarrow [0, 1]$ is called accuracy measure defined as

$$\alpha_R(Y) = \frac{|\underline{R}(Y)|}{|\overline{R}(Y)|}$$

(3) $\rho_R : X \rightarrow [0, 1]$ is called roughness measure defined as

$$\rho_R(Y) = 1 - \frac{|\underline{R}(Y)|}{|\overline{R}(Y)|} = 1 - \alpha_R(Y)$$

(4) $b_R(Y)$ is called boundary of Y if $b_R(Y) = \overline{R}Y - \underline{R}Y$.

$POS_R(Y)$ is called a positive region of Y if $POS_R(Y) = \underline{R}Y$.

$N_R(Y)$ is called a negative region of Y if $N_R(Y) = X - \overline{R}Y$.

Theorem 3.3. Let R, R_1, R_2 be equivalence relations on X . For each $A, B \in P(X)$, we have:

- (1) $\underline{R}(A) \subset A \subset \overline{R}(A)$,
- (2) $\underline{R}(\emptyset) = \emptyset = \overline{R}(\emptyset)$.
- (3) $\underline{R}(X) = X = \overline{R}(X)$,
- (4) If $A \subset B$, $\underline{R}(A) \subset \underline{R}(B)$ and $\overline{R}(A) \subset \overline{R}(B)$.
- (5) If $R_1 \subset R_2$, $\underline{R_2}(A) \subset \underline{R_1}(A)$ and $\overline{R_1}(A) \subset \overline{R_2}(A)$.
- (6) $\underline{R_2}(A) \cap \underline{R_1}(A) \subset \underline{R_1} \cap \underline{R_2}(A)$
- (7) $\underline{R}(A) = \cup \{[x]_R \in X \mid [x]_R \subset A\}$.
- (8) $\overline{R}(A) = \cup \{[x]_R \mid [x]_R \cap A \neq \emptyset\}$,
- (9) $\underline{R}([x]_R) = [x]_R = \overline{R}([x]_R)$ for all $x \in X$,

$$(10) \quad \underline{R}(\underline{R}(A)) = \underline{R}(A).$$

$$(11) \quad \overline{R}(\overline{R}(A)) = \overline{R}(A),$$

$$(12) \quad \overline{R}(\underline{R}(A)) = \underline{R}(A),$$

$$(13) \quad \underline{R}(\overline{R}(A)) = \overline{R}(A),$$

$$(14) \quad \underline{R}(A)^c = \overline{R}(A^c),$$

$$(15) \quad \overline{R}(A)^c = \underline{R}(A^c),$$

$$(16) \quad \underline{R}(A \cap B) = \underline{R}(A) \cap \underline{R}(B),$$

$$(17) \quad \underline{R}(A \cup B) \supset \underline{R}(A) \cup \underline{R}(B),$$

$$(18) \quad \overline{R}(A \cap B) \subset \overline{R}(A) \cap \overline{R}(B),$$

$$(19) \quad \overline{R}(A \cup B) = \overline{R}(A) \cup \overline{R}(B).$$

Proof. (1) Let $x \in \underline{R}(A)$. Then $[x]_R \subset A$. Since R is reflexive, $(x, x) \in R$. So, $x \in A$. Let $x \in A$. Then $[x]_R \cap A \neq \emptyset$, $x \in \underline{R}(A)$.

(2),(3) and (4) are easily proved.

(5) Let $x \in \underline{R}_2(A)$. Then $x \in [x]_{R_2} \subset A$. Since $[x]_{R_1} \subset [x]_{R_2} \subset A$, we have $x \in \underline{R}_1(A)$.

Let $x \notin \underline{R}_2(A)$. Then $[x]_{R_2} \cap A = \emptyset$. Thus $[x]_{R_1} \cap A = \emptyset$. So, $x \notin \underline{R}_1(A)$.

(6) Since $\underline{R}_1(A) \subset \underline{R}_1 \cap \underline{R}_2(A)$ and $\underline{R}_2(A) \subset \underline{R}_1 \cap \underline{R}_2(A)$,

$$\underline{R}_2(A) \cap \underline{R}_1(A) \subset \underline{R}_1 \cap \underline{R}_2(A)$$

(7) It is trivial $\underline{R}(A) \subset \cup \{[x]_R \in X \mid [x]_R \subset A\}$. Let $y \in [x]_R \subset A$. Then $[y]_R = [x]_R \subset A$. So, $y \in \underline{R}(A)$.

(8) It is similar to (7).

(9) It follows from (1) and

$$\begin{aligned} y \in \overline{R}([x]) &\Rightarrow [x] \cap [y] \neq \emptyset \Rightarrow [x] = [y] \\ &\Rightarrow y \in \underline{R}([x]) \end{aligned}$$

(10) Let $x \in \underline{R}(A)$. Then $[x]_R \subset A$. From (4) and (7),

$$[x]_R = \underline{R}([x]_R) \subset \underline{R}(A).$$

So, $x \in \underline{R}(\underline{R}(A))$. Hence $\underline{R}(A) \subset \underline{R}(\underline{R}(A))$. From (1), the result holds.

(11) Let $y \in \overline{R}(\overline{R}(A))$. Then $[y]_R \cap \overline{R}(A) \neq \emptyset$. There exists $x \in X$ such that $x \in [y]_R$ and $x \in \overline{R}(A)$. Hence $[x]_R = [y]_R \cap A \neq \emptyset$, $y \in \overline{R}(A)$.

(12) Let $y \in \overline{R}(\underline{R}(A))$. Then $[y]_R \cap \underline{R}(A) \neq \emptyset$. There exists $x \in X$ such that

$x \in [y]_R$ and $x \in \underline{R}(A)$. Hence $[x]_R = [y]_R \subset A$. So, $y \in \underline{R}(A)$.

(13) Let $y \in \overline{R}(A)$. Then $[y]_R \cap A \neq \emptyset$. There exists $x \in X$ such that $x \in [y]_R$ and $x \in A$. Since $x \in A$ implies $\overline{R}([x]_R) \subset \overline{R}(A)$. Hence $[x]_R = [y]_R \subset \overline{R}(A)$. So, $y \in \underline{R}(\overline{R}(A))$.

$$(14) \quad x \in \underline{R}(A) \Leftrightarrow [x] \subset A \Leftrightarrow A^c \subset [x]^c \\ \Leftrightarrow [x] \cap A^c = \emptyset \Leftrightarrow x \in \overline{R}(A^c)^c$$

(15) It follows from(14).

(16) Let $x \in \underline{R}(A) \cap \underline{R}(B)$. Then $[x]_R \subset A$ and $[x]_R \subset B$. So, $[x]_R \subset (A \cap B)$ Hence $x \in \underline{R}(A \cap B)$.

(17) and (18) are easily proved from (4).

(19) Let $x \in \overline{R}(A \cup B)$. Then $[x]_R \cap (A \cup B) \neq \emptyset$ implies $[x]_R \cap A \neq \emptyset$ or $[x]_R \cap B \neq \emptyset$.

Theorem 3.4. Let (X, R) be an approximation space. If A and B are definable sets, then $A \cup B$, $A \cap B$ and A^c are definable sets.

Proof. Let $\underline{R}(A) = \overline{R}(A)$ and $\underline{R}(B) = \overline{R}(B)$.

$$(1) \quad \overline{R}(A \cup B) = \overline{R}(A) \cup \overline{R}(B) = A \cup B, \\ A \cup B \subset \underline{R}(A) \cup \underline{R}(B) \subset \underline{R}(A \cup B).$$

Trivially, $\underline{R}(A \cup B) \subset A \cup B$. Hence $\underline{R}(A \cup B) = A \cup B = \overline{R}(A \cup B)$

$$(2) \quad \overline{R}(A \cap B) \subset \overline{R}(A) \cap \overline{R}(B) = A \cap B, \\ A \cap B = \underline{R}(A) \cap \underline{R}(B) = \underline{R}(A \cap B).$$

Trivially, $A \cap B \subset \overline{R}(A \cap B)$. Hence $\underline{R}(A \cap B) = A \cap B = \overline{R}(A \cap B)$.

$$(3) \quad \overline{R}(A^c) = \underline{R}(A)^c = A^c \text{ and } \underline{R}(A^c) = \overline{R}(A)^c = A^c. \text{ Hence } \underline{R}(A^c) = A^c = \overline{R}(A^c).$$

Example 3.5. Let R_1, R_2, R_3 be equivalence relations on $X = \{a, b, c\}$ such that

$$R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c)\} \quad R_2 = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (c, c)\} \\ R_3 = \{(a, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c)\}$$

Then $X/R_1 = \{[a], [b], [c]\}$ $X/R_2 = \{[a, b], [c]\}$ $X/R_3 = \{[a], [b, c]\}$

Since $R_1 \subset R_2$, we have

$$\underline{R}_2(\{a, c\}) = \{c\} \subset \underline{R}_1(\{a, c\}) = \{a, c\},$$

$$\overline{R}_1(\{a, c\}) = \{a, c\} \subset \overline{R}_2(\{a, c\}) = X,$$

$$\underline{R}_3(\{a, c\}) = \{a\} \quad \overline{R}_3(\{a, c\}) = X,$$

Since $R_2 \cap R_3 = R_1$, we have

$$\underline{R}_2 \cap \underline{R}_3(\{a, c\}) = \{a, c\} \neq \underline{R}_2(\{a, c\}) \cap \underline{R}_3(\{a, c\}) = \emptyset.$$

$$(\underline{R}_3(\emptyset), \overline{R}_3(\emptyset)) = (\emptyset, \emptyset), \quad (\underline{R}_3(\{a\}), \overline{R}_3(\{a\})) = (\{a\}, \{a\})$$

$$(\underline{R}_3(\{b\}), \overline{R}_3(\{b\})) = (\emptyset, \{b, c\}), \quad (\underline{R}_3(\{c\}), \overline{R}_3(\{c\})) = (\emptyset, \{b, c\})$$

$$(\underline{R}_3(\{a, b\}), \overline{R}_3(\{a, b\})) = (\{a\}, X), \quad (\underline{R}_3(\{a, c\}), \overline{R}_3(\{a, c\})) = (\{a\}, X)$$

$$(\underline{R}_3(\{b, c\}), \overline{R}_3(\{b, c\})) = (\{b, c\}, \{b, c\}), \quad (\underline{R}_3(X), \overline{R}_3(X)) = (X, X)$$

$$\underline{R}_3(\{a, b\}) \cup \underline{R}_3(\{c\}) = \{a, c\} \neq \underline{R}_3(\{a, b\} \cup \{c\}) = X$$

$$\overline{R}_3(\{a, b\}) \cap \overline{R}_3(\{a, c\}) = X \cap X = X \neq \overline{R}_3(\{a, b\} \cap \{a, c\}) = \{a\}.$$

Example 3.6. Let $(X = \{0, 1, 2, \dots, 10\}, R)$ be an equivalence relation with

$$X/R = \{[0, 1], [2, 6, 9], [3, 5], [4, 8], [7, 10]\}$$

Then $X_1 = \{0, 1, 3, 5\}, X_2 = \{3, 4, 5, 8\}, X_3 = \{7, 10\}$ are exact sets because

$\overline{R}(X_i) = \underline{R}(X_i)$ for $i = 1, 2, 3$. Moreover, $\alpha_X(X_i) = 1$ for $i = 1, 2, 3$.

(1) Since $\overline{R}(\{1, 7, 8, 10\}) = \{0, 1, 4, 7, 8, 10\}$ and $\underline{R}(\{1, 7, 8, 10\}) = \{4, 8\}$, we have

$$\alpha_R(\{1, 7, 8, 10\}) = \frac{1}{3}, \quad \rho_R(\{1, 7, 8, 10\}) = \frac{2}{3}$$

$$b_R(\{1, 7, 8, 10\}) = \overline{R}(\{1, 7, 8, 10\}) - \underline{R}(\{1, 7, 8, 10\}) = \{0, 1, 7, 10\}$$

$$POS_R(\{1, 7, 8, 10\}) = \underline{R}(\{1, 7, 8, 10\}) = \{4, 8\}$$

$$N_R(\{1, 7, 8, 10\}) = X - \overline{R}(\{1, 7, 8, 10\}) = \{2, 3, 5, 6, 9\}$$

(2) Since $\overline{R}(\{2, 3, 4, 5\}) = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ and $\underline{R}(\{2, 3, 4, 5\}) = \{3, 5\}$, we have

$$\alpha_R(\{2, 3, 4, 5\}) = \frac{2}{7}, \quad \rho_R(\{2, 3, 4, 5\}) = \frac{5}{7}$$

$$b_R(\{2, 3, 4, 5\}) = \overline{R}(\{2, 3, 4, 5\}) - \underline{R}(\{2, 3, 4, 5\}) = \{2, 4, 6, 8, 9\}$$

$$POS_R(\{2, 3, 4, 5\}) = \underline{R}(\{2, 3, 4, 5\}) = \{3, 5\}$$

$$N_R(\{2, 3, 4, 5\}) = X - \overline{R}(\{2, 3, 4, 5\}) = \{0, 1, 3, 5, 7, 9, 10\}$$

Definition 3.7. Let (X, R) be an equivalence relation. Let $F = \{X_1, \dots, X_n \mid X_i \subset X\}$ be a family of sets.

- (1) $\underline{R}F = \{\underline{R}X_1, \dots, \underline{R}X_n\}$ is called lower approximation of the family F.
- (2) $\overline{R}F = \{\overline{R}X_1, \dots, \overline{R}X_n\}$ is called upper approximation of the family F.
- (3) $\alpha_R(F)$ is called accuracy of approximation of F by R defined as

$$\alpha_R(F) = \frac{\sum_{i=1}^n |\underline{R}(X_i)|}{\sum_{i=1}^n |\overline{R}(X_i)|}$$

- (4) $\gamma_R(F)$ is called quality of approximation of F by R defined as

$$\gamma_R(F) = \frac{\sum_{i=1}^n |\underline{R}(X_i)|}{|X|}$$

Example 3.8. Let $(X = \{1, 2, \dots, 8\}, R)$ be an equivalence relation with

$$X/R = \{[1, 3, 5], [2, 4], [6, 7, 8]\}$$

Let $F = \{X_1 = \{1, 2, 4\}, X_2 = \{3, 5, 8\}, X_3 = \{6, 7\}\}$ be a family of sets.

$$\underline{R}(X_1) = \underline{R}(\{1, 2, 4\}) = \{2, 4\}$$

$$\underline{R}(X_2) = \underline{R}(\{3, 5, 8\}) = \emptyset$$

$$\underline{R}(X_3) = \underline{R}(\{6, 7\}) = \emptyset$$

$$\overline{R}(X_1) = \overline{R}(\{1, 2, 4\}) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\overline{R}(X_2) = \overline{R}(\{3, 5, 8\}) = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\overline{R}(X_3) = \overline{R}(\{6, 7\}) = \{6, 7, 8\}$$

Since $\sum_{i=1}^3 |\underline{R}(X_i)| = 2$ and $\sum_{i=1}^3 |\overline{R}(X_i)| = 14$, we have $\alpha_R(F) = \frac{1}{7}$, $\gamma_R(F) = \frac{1}{4}$.

4. 참고문헌

Dubois. D, Prade H.(1990), Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets, Internat. J. Gen. Systems 17(2-3) 191-209.

Pawlak.Z (1982), Rough sets, Internat. J. Comput. Inform. Sci. 11, 341-356.

Pawlak. Z (1991), Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data, System Theory, Knowledge Engineering and Problem Solving, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Pawlak. Z, Skowron. Z(2007), Rudiments of rough sets, Information Science 177, 3-27.

Pawlak. Z, Skowron. Z(2007), Rough sets, Information Science 177, 28-40.

Pawlak. Z, Skowron. Z(2007), Rough sets and Boolean reasoning, Information Science 177, 41-73.

Yang. H, King. I, Lyu. R (2007), The generalized dependency degree between attributes, J. of The American Society for Information Science and Technology 58, 2280-2294.

Yao. Y.Y (1998), Constructive and algebraic methods of theory of rough sets, Information Sciences 109, 21-47.

Yao. Y.Y (1998), Relational interpretations of neighborhood operators and rough set approximation operators, Information Sciences 111, 239-259.

Zhu.W (2007), Generalized rough sets based on relations, Information Sciences 177, 4997-5011.

MV-대수와 함의의 성질들

김경래, 김용찬¹⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 수학과

Properties of MV-algebras and implications

Gyung Rae Kim, Yong Chan Kim¹⁾

*Dept. of Mathematics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung,
25457, Korea*

Abstract: In this paper, we investigate the properties of MV-algebras. Moreover, we study the relationships between implications and MV-algebras. We give their examples.

요약: 이 논문에서는 다변수 대수의 성질들을 조사한다. 또한 함의와 다변수 대수의 관계를 공부하고 그 예들을 주었다.

Keywords: implications, negations, residuated lattices, MV-algebras

1. Introduction

Hajek introduced a complete residuated lattice which is an algebraic structure for many valued logic. It is an important mathematical tool for algebraic structure of fuzzy contexts and the model of computing with words, pattern recognition and data base theory. MV-algebra was introduced by C.C. Chang to provide algebraic models for infinite-valued propositional logic. Recently, they are developed many directions (BL-algebra, residuated algebra, quantale).

On the other hand, implication structures play an important role in metric spaces, algebraic structures.

1) Corresponding Author. E-mail: yck@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2270
이 논문은 강릉원주대 자연과학연구소 지원을 받아 작성되었습니다.

In this paper, we investigate the properties of MV-algebras. Moreover, we study the relationships between implications and MV-algebras. We give their examples.

2. Preliminaries

Definition 2.1. Let L be bounded lattice with top element \top and bottom \perp . The structure $(L, \rightarrow, \perp, \top)$ is called an *implication* if it satisfies the following conditions, $x, y, z \in L$,

- (I1) $\top \rightarrow x = x$,
- (I2) $(x \rightarrow y) \rightarrow [(y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)] = \top$,
- (I3) $(x \rightarrow y) \rightarrow y = (y \rightarrow x) \rightarrow x$.

Definition 2.2. An operator $N: L \rightarrow L$ is called a *negation* if it satisfies the following conditions. For all $x, y \in L$,

- (N1) $N(0) = 1, N(1) = 0$,
- (N2) $N(x) \leq N(y)$ if $x \geq y$.
- (N3) $N(N(x)) = x$.

Definition 2.3. A structure $(L, \odot, \rightarrow, \perp, \top)$ is called a *residuated lattice* if the following conditions:

- (1) (L, \odot, \top) is a commutative monoid.
- (2) If $y \leq z$, then $x \odot y \leq x \odot z$.
- (3) $x \odot y \leq z$ iff $x \leq y \rightarrow z$.

3. Properties of MV-algebras and implications

Definition 3.1. Let L be bounded lattice with top element \top and bottom \perp . The structure $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ is called an MV-algebra if it satisfies the following conditions. For all $x, y, z \in L$,

- (MV1) $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$,

- (MV2) $x \oplus y = y \oplus x$,
 (MV3) $x \oplus \perp = x$,
 (MV4) $x^{**} = x$ and $\top^* = \perp$,
 (MV5) $x \oplus \top = \top$,
 (MV6) $(x^* \oplus y)^* \oplus y = (y^* \oplus x)^* \oplus x$.

Example 3.2. A structure $(P(X), \oplus = \cup, ^* = ^c, \perp = \emptyset, \top = X)$ is an MV-algebra.

- (MV1) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$,
 (MV2) $A \cup B = B \cup A$,
 (MV3) $A \cup \emptyset = A$,
 (MV4) $A^{cc} = A$ and $X^c = \emptyset$,
 (MV5) $A \cup X = X$,
 (MV6) $(A^c \cup B)^c \cup B = A \cup B = (B^c \cup A)^c \cup A$.

Example 3.3. A structure $([0,1], \oplus = \vee, x^* = 1-x, \perp = 0, \top = 1)$ is not an MV-algebra from:

- (MV1) $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$,
 (MV2) $x \vee y = y \vee x$,
 (MV3) $x \vee \perp = x$,
 (MV4) $x^{**} = x$ and $\top^* = \perp$,
 (MV5) $x \vee \top = \top$,
 (MV6) $(0.3^* \vee 0.9)^* \vee 0.9 = 0.9 \neq 0.7 = (0.9^* \vee 0.3)^* \vee 0.3$.

Example 3.4. Let $P = (\{0,1\}, \oplus = \vee, p^* = \neg p, \perp = 0, \top = 1)$ be a classical logic.

Then P is an MV-algebra from:

- (MV1) $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$,
 (MV2) $p \vee q = q \vee p$,
 (MV3) $p \vee 0 = p$,
 (MV4) $\neg(\neg p) = p$ and $\neg 1 = 0$,
 (MV5) $p \vee 1 = 1$,

$$(MV6) \quad \neg(\neg p \vee q) \vee q = p \vee q = \neg(\neg q \vee p) \vee p.$$

Theorem 3.5. Let $(L, \rightarrow, \perp, \top)$ be an implication and $N(x) = x \rightarrow \perp$ a negation. Define $\oplus : L \times L \rightarrow L$ as follows:

$$x \oplus y = N(x) \rightarrow y.$$

Then $(L, \oplus, N, \perp, \top)$ is an MV-algebra.

Proof. (MV1)

$$x \oplus (y \oplus z) = N(x) \rightarrow (N(y) \rightarrow z)$$

$$\begin{aligned} (x \oplus y) \oplus z &= N(N(x) \rightarrow y) \rightarrow z = N(z) \rightarrow (N(x) \rightarrow y) \\ &= N(x) \rightarrow (N(z) \rightarrow y) = N(x) \rightarrow (N(y) \rightarrow z). \end{aligned}$$

$$(MV2) \quad x \oplus y = N(x) \rightarrow y = N(y) \rightarrow x = y \oplus x.$$

$$(MV3) \quad x \oplus \perp = N(x) \rightarrow \perp = N(N(x)) = x.$$

$$(MV4) \quad N(N(x)) = x.$$

$$(MV5) \quad x \oplus \top = N(x) \rightarrow \top = \top.$$

(MV6)

$$\begin{aligned} N(N(x) \oplus y) \oplus y &= (N(x) \oplus y) \rightarrow y = (x \rightarrow y) \rightarrow y \\ &= (y \rightarrow x) \rightarrow x = N(N(y) \oplus x) \oplus x. \end{aligned}$$

Example 3.6. Let $([0,1], \rightarrow, \perp = 0, \top = 1)$ be an implication with $N(x) = (1 - x^p)^{1/p}$ and $x \rightarrow y = (1 - x^p + y^p)^{1/p} \wedge 1$ from the following statements:

$$(I1) \quad 1 \rightarrow x = x.$$

(I2) If $z \leq y \leq x$, then

$$\begin{aligned} &(x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \\ &= (1 - x^p + y^p)^{1/p} \rightarrow ((1 - y^p + z^p)^{1/p} \rightarrow (1 - x^p + z^p)^{1/p}) \\ &= (1 - x^p + y^p)^{1/p} \rightarrow (1 - x^p + y^p)^{1/p} = 1. \end{aligned}$$

If $z \leq x \leq y$, then

$$\begin{aligned} &(x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \\ &= 1 \rightarrow ((1 - y^p + z^p)^{1/p} \rightarrow (1 - x^p + z^p)^{1/p}) \\ &= (1 - x^p + y^p)^{1/p} \wedge 1 = 1. \end{aligned}$$

If $x \leq z \leq y$, then

$$\begin{aligned} & (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \\ & = 1 \rightarrow ((1 - y^p + z^p)^{1/p} \rightarrow 1) = 1. \end{aligned}$$

If $x \leq y \leq z$, then

$$\begin{aligned} & (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \\ & = 1 \rightarrow (1 \rightarrow 1) = 1. \end{aligned}$$

Other cases are similarly proved.

(I3) If $x \leq y$, then

$$\begin{aligned} & (x \rightarrow y) \rightarrow y = 1 \rightarrow y = y \\ & (y \rightarrow x) \rightarrow x = (1 - y^p + x^p)^{1/p} \rightarrow x = (1 - 1 + y^p - x^p + x^p)^{1/p} = y. \end{aligned}$$

Other case is similarly proved.

By the above theorem, we obtain an MV-algebra from:

$$x \oplus y = N(x \rightarrow y) = (x^p + y^p)^{1/p} \wedge 1.$$

Theorem 3.7. Let $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ be an MV-algebra. Define

$$x \leq y \text{ iff } x^* \oplus y = \top.$$

Then the following properties hold.

- (1) If $x \leq y$, then $x \oplus z \leq y \oplus z$.
- (2) (L, \leq) is a partially ordered set.
- (3) $x \vee y = (x^* \oplus y)^* \oplus y$.

Proof. (1) Let $x \leq y$;i.e. $x^* \oplus y = \top$. Then $x \oplus z \leq y \oplus z$ from:

$$\begin{aligned} & (x \oplus z)^* \oplus (y \oplus z) = ((x \oplus z)^* \oplus z) \oplus y \\ & = (z^* \oplus x^*)^* \oplus x^* \oplus y = (z^* \oplus x^*)^* \oplus \top = \top. \end{aligned}$$

(2) \leq is reflexive from:

$$\top = (x^* \oplus \top)^* \oplus \top = (\top^* \oplus x)^* \oplus x = x^* \oplus x$$

If $x \leq y$ and $y \leq z$, then $x^* \oplus z \geq y^* \oplus z = \top$. Hence $x \leq z$. Thus \leq is transitive.

If $x \leq y$ and $y \leq x$, then $y = (x^* \oplus y)^* \oplus y = (y^* \oplus x)^* \oplus x = x$.

(3) We have $y \leq (x^* \oplus y)^* \oplus y$ and $x \leq (y^* \oplus x)^* \oplus x$. If $x \leq z$ and $y \leq z$, then $z^* \oplus x \leq y^* \oplus x$ and $y^* \oplus x)^* \oplus x \leq (z^* \oplus x)^* \oplus x = (x^* \oplus z)^* \oplus z = z$

Thus $(x^* \oplus y)^* \oplus y = (y^* \oplus x)^* \oplus x \leq z$.

Example 3.8. A structure $(P(X), \oplus = \cup, * = ^c, \perp = \emptyset, \top = X)$ is an MV-algebra.

Then $A \leq B$ iff $A^c \oplus B = X$ iff $A \subset B$.

Example 3.9. Let $P = (\{0,1\}, \oplus = \vee, p^* = \neg p, \perp = 0, \top = 1)$ be a classical logic.

$$p \leq q \text{ iff } \neg p \vee q = 1.$$

Theorem 3.10. Let $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ be an MV-algebra. Define $x \rightarrow y = x^* \oplus y$ and $N(x) = x^*$. Then $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ be an implication with a negation N .

Proof. (I1) $\top \rightarrow x = \top^* \oplus x = \perp \oplus x = x$.

$$\begin{aligned} (12) \quad & (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \\ &= (x^* \oplus y)^* \oplus ((y^* \oplus z)^* \oplus (x^* \oplus z)) \\ &= (x^* \oplus y)^* \oplus ((y^* \oplus z)^* \oplus z \oplus x^*) \\ &= (x^* \oplus y)^* \oplus ((y \vee z) \oplus x^*) \\ &= (x^* \vee y^*) \oplus (y \vee z) \\ &\geq y^* \oplus y = \top. \end{aligned}$$

Hence $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ be an implication.

Theorem 3.11. Let $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ be an MV-algebra. Define $x \odot y = (x^* \oplus y^*)^*$. Then the following properties hold.

- (1) $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$,
- (2) $x \odot y = y \odot x$,
- (3) $x \odot \top = x$,
- (4) $x^{**} = x$ and $\perp^* = \top$,
- (5) $x \odot \perp = \perp$,
- (6) $(x^* \odot y)^* \odot y = (y^* \odot x)^* \odot x$.

Conversely, if $(L, \odot, *, \perp, \top)$ satisfy the conditions (1)-(6), then $(L, \oplus, *, \perp, \top)$ is an MV-algebra.

Proof. (1)

$$\begin{aligned} x \odot (y \odot z) &= x \odot (y^* \oplus z^*)^* = (x^* \oplus (y^* \oplus z^*)^*)^* \\ &= ((x^* \oplus y^*) \oplus z^*)^* = (x \odot y) \odot z. \end{aligned}$$

(2)

$$x \odot y = (x^* \oplus y^*)^* = (y^* \oplus x^*)^* = y \odot x.$$

- (3) $x \odot \top = (x^* \oplus \top^*)^* = x^{**} = x.$
 (5) $x \odot \perp = (x^* \oplus \perp^*)^* = \perp.$
 (6) $(x^* \odot y)^* \odot y = (x \oplus y^*) \odot y = ((x \oplus y^*)^* \oplus y^*)^*$
 $= ((y \oplus x^*)^* \oplus x^*)^* = (y \oplus x^*) \odot x$
 $= (y^* \odot x)^* \odot x.$

Other cases are easily proved.

Example 3.12. Let $([0,1], \oplus, \perp = 0, \top = 1)$ be an MV-algebra with $N(x) = (1 - x^p)^{1/p}$ and $x \oplus y = (x^p + y^p)^{1/p} \wedge 1$. By the above theorem, we obtain an MV-algebra from:

$$x \odot y = N(N(x) \oplus N(y)) = N((N(x)^p + N(y)^p)^{1/p} \wedge 1) = (x^p + y^p - 1) \vee 1.$$

Example 3.13. Let $([0,1], \odot, \perp = 0, \top = 1)$ be an algebra with $N(x) = 1 - x = x^*$ and $x \odot y = xy$. It satisfies (1)-(5) but not (6) in the above theorem from

$$(x^* \odot y)^* \odot y = (1 - y + xy)y \neq (1 - x + xy)x = (y^* \odot x)^* \odot x.$$

Example 3.14. A structure $(P(X), \oplus = \cup, * = ^c, \perp = \emptyset, \top = X)$ is an MV-algebra. By the above theorem, we obtain an MV-algebra from $A \cap B = (A^c \cup B^c)^c$.

Example 3.15. Let $P = (\{0,1\}, \oplus = \vee, p^* = \neg p, \perp = 0, \top = 1)$ be a classical logic. By the above theorem, we obtain an MV-algebra from $p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$.

3. 참고문헌

R. Belohlavek (2002), Fuzzy Relational Systems, Kluwer Academic Publishers, New York.

G. Birkhoff (1968), Lattice Theory, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., 25, New York.

C. C. Chang (1958) Algebraic analysis of many valued logics, Trans. of A.M.S., 88(2): 467-490.

A. Di Nola, P. Flondor, L. Leustean (2003), MV-modules, J. of Algebra, 267, 21-40.

I. Duntsch, Ewa Orłowska (2004), Boolean algebras arising from information systems, Annals of Pure and Applied Logic, 127, 77-98.

N. Galatos, C. Tsinakis (2005), Generalized MV-algebras, J. of Algebra, 283, 254-291.

G. Georgescu, Bosbach (2004), states on fuzzy structures, Soft Computing, 8: 217-230.

G. Georgescu, A. Popescu (2004), Non-commutative fuzzy structures and pairs of weak negations, Fuzzy Sets and Systems, 143: 129-155.

P. Flonder, M. Sularia (2003), On a class of residuated semilattice monoids, Fuzzy Sets and Systems 138: 149-176.

P. Hajek (1998), Metamathematics of Fuzzy Logic, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

U. Hohle (2001), Many valued topology and its applications, Kluwer Academic Publisher, Boston.

U. Hohle, E. P. Klement (1995), Non-classical logic and their applications to fuzzy subsets, Kluwer Academic Publisher, Boston.

U. Hohle, S. E. Rodabaugh (1999), Mathematics of Fuzzy Sets, Logic, Topology and Measure Theory, The Handbooks of Fuzzy Sets Series, Volume 3, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

P. J. Johnstone (1982), Stone spaces, Cambridge University Press, Cambridge.

Y. M.-. Liu (2002), Projective and injective objects in the category of quantales, J. of Pure and Applied Algebra, 176: 249-258.

S. E. Rodabaugh, E. P. Klement (2003), Topological And Algebraic Structures In Fuzzy Sets, The Handbook of Recent Developments in the Mathematics of Fuzzy Sets, Trends in Logic 20, Kluwer Academic

자연과학(The Journal of Natural Science, GWNU) 제23권 제1호 (통권 제37호) 2017. 12.

Publishers, (Boston/Dordrecht/London).

E. Turunen (1999), Mathematics Behind Fuzzy Logic, A Springer-Verlag Co.

펜로즈 타일링의 설계와 구성

김홍철¹⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 수학과

Design and Construction of Penrose Tilings

Hongchul Kim¹⁾

*Dept. of Mathematics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung,
25457, Korea*

Abstract: Based on principal concepts for Penrose tilings, fundamental images are designed and constructed by using Mathematica's iterative programming functions.

요약: 펜로즈 타일링의 기본 개념에 기반하여, MATHEMATICA의 반복 프로그래밍 함수를 써서 주요 이미지를 설계하고 구성한다.

Keywords: Penrose tilings, kite and dart, A-tiling, B-tyling, Penrose rhombs, Mathematica programming

1. 서론

평면의 타일링은 장식적인 면과 수학적 용도를 가지고 있어 수세기에 걸쳐 연구되어왔다. 타일링의 개념은 통상 어떤 종류의 반복적이거나 주기적인 패턴을 연상

1) Corresponding Author. E-mail: hongchul@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2273 이 논문은 강릉원주대 자연과학연구소 지원을 받아 작성되었습니다.

시키는데, 장식적인 타일링은 사각형이나 육각형 또는 채색 등을 고려하여 사용되어 지는데 반해, 수학적 타일링은 복잡한 다각형이나 곡선, 또는 쌍곡 다각형을 다루기도 하며 이는 비유클리드 기하의 전형적인 예인 쌍곡 평면에 타일을 붙이기 위해 적용되기도 한다. 비유클리드 타일링은 M.C. Escher의 목판화에서 예시된 것처럼 유클리드 세계에서 표현될 수 있다([2]). 주기적인 타일링의 풍부한 역사에 힘입어 1960년대와 1970년대에 새로운 변용기법이 등장하여 완전히 비주기적인 방식으로 타일을 붙일 수 있는 영역들이 발견되었다.

여러 가지 타일링 중, 특이한 형태의 타일링인 펜로즈 타일링은 1974년 영국의 옥스포드 대학 수학과 교수인 로저 펜로즈(Roger Penrose)에 의해 발견되었다. 이 타일링은 반복되는 것 같지만 반복되지 않는 특이한 형태를 갖고 있다. 펜로즈 타일링에서는 부분적으로 일정한 패턴을 찾을 수는 있지만 전체적으로 반복되는 패턴은 존재하지 않는다. 이렇게 부분적으로는 반복되지만 전체적으로 반복되지 않는 타일링 형태를 준주기적(quasiperiodic) 구조라고 한다. 펜로즈 타일링은 1980년대 광물질의 분자구조를 연구하던 과학자들이 광물질의 X선 회절 무늬가 펜로즈 타일링의 격자점에 광원을 둔 5중 겹 구조와 유사하다는 사실에 고무되어 물질의 분자 구조연구에 주요 연구모델로 이용될 뿐 아니라 배열 패턴에 따른 공간 구조의 연구 등 수학의 여러 분야에서 주요 연구 대상으로 부상하고 있다(M. Senechal [6]).

본 연구에서는 펜로즈 타일링의 원리에 기초하여 MATHEMATICA의 반복 그래픽 기능을 써서 펜로즈 타일링을 설계하고 구성하는 과정을 제시한다. 이를 통해 수학적 연구에 컴퓨터를 활용하는 방법과 기능을 익히게 하고 일상에서 흔히 발견되는 타일링 등이 수학적으로 어떤 중요한 함의를 지니고 있는지를 예시함으로써 과학적 탐구의 생활화에 대한 모델을 제시하는데 그 목적이 있다.

2. 펜로즈 타일링

먼저 몇 가지 정의를 내리자. 영역의 집합 T 가 평면을 타일한다는 것은 전 평면을 서로 겹치지 않게 T 에 있는 영역의 사본으로 덮을 수 있다는 것을 의미한다. 여기서 사본이라 함은 합동을 이루는 도형을 의미한다. 타일링의 대칭(symmetry)은 타일링을 불변하게 하는 평면의 길이를 유지하는 변환(isometry)을 뜻한다. 평면의 주기 타

일링(periodic tiling)은 대칭이 적어도 두 개의 평행하지 않은 방향으로의 평행이동을 포함하는 타일링을 나타낸다. 이 용어는 주기 타일링이 두 방향으로 반복적인 평행이동을 통해서 자기 자신을 유한 번 이어붙임으로서 생성될 수 있다는 사실로부터 유래한다. 한편 준주기 타일(aperiodic tiles)은 평면을 타일하지만 평면을 주기적으로 타일하기 위해 사용할 수 없는 타일의 집합을 나타낸다. 준주기 타일링은 대칭을 이룰 수 있다.

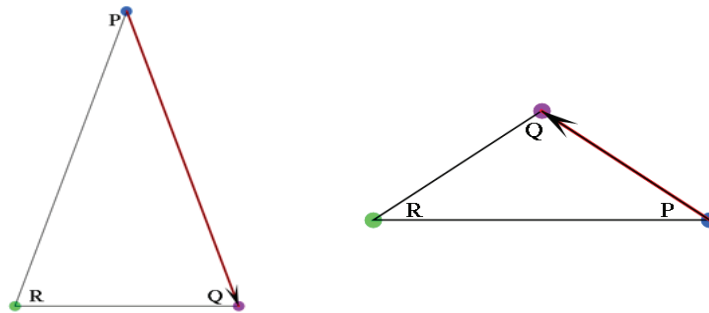
1961년에 H. Wang([7])은 타일의 집합이 평면을 타일하는데 사용될 수 있다면 그 타일은 평면을 주기적인 방식으로 타일하는데 사용될 수 있다는 추정을 세웠다. Wang의 추정은 1966년대 20,426개의 타일로 구성된 반주기 집합이 존재한다는 R. Berger의 증명에 의해서 반박되었다([3]). 그 수는 급속히 감소되어 1971년에는 Raphael Robinson에 의해 오직 6개의 타일로 구성된 최소의 반주기 집합이 발견되었다([5]). 그리고 1974년에 Roger Penrose가 연(kite)과 화살(dart)이라는 두 개의 간단한 사변형이 반주기 집합을 구성한다는 것을 발견하자 충격을 불러 일으켰다([4]). 이 분야에서 가장 유명한 미해결 문제는 단 하나의 준주기 타일이 존재하는가이다. 다시 말해, 평면을 타일하되 그것에 기초한 모든 타일링이 비주기적인 타일이 존재하는가에 관한 문제이다.

펜로즈는 두 개의 관련 준주기 쌍을 발견하였다. 하나는 연과 화살이고 다른 하나는 펜로즈 마름모(Penrose rhombs)로 불리는 두 개의 마름모(rhomb)이다. 여기서는 삼각형에 기초한 R. Robinson에 따른 분석을 이용하여 연과 화살의 예를 중점적으로 논의한다. 이 분석은 또한 마름모에도 연관되는데 이는 끝에 다루어 질 것이다. 이러한 발견의 주목할 만한 면은 펜로즈의 마름모와 이에 따른 3차원 생성에 의한 타일링이 결정학(crystallography)에서 흥미있는 최신의 발견을 설명하는데 중요한 역할을 수행하였다는 점이다.

3. 펜로즈 타일링의 설계와 구성

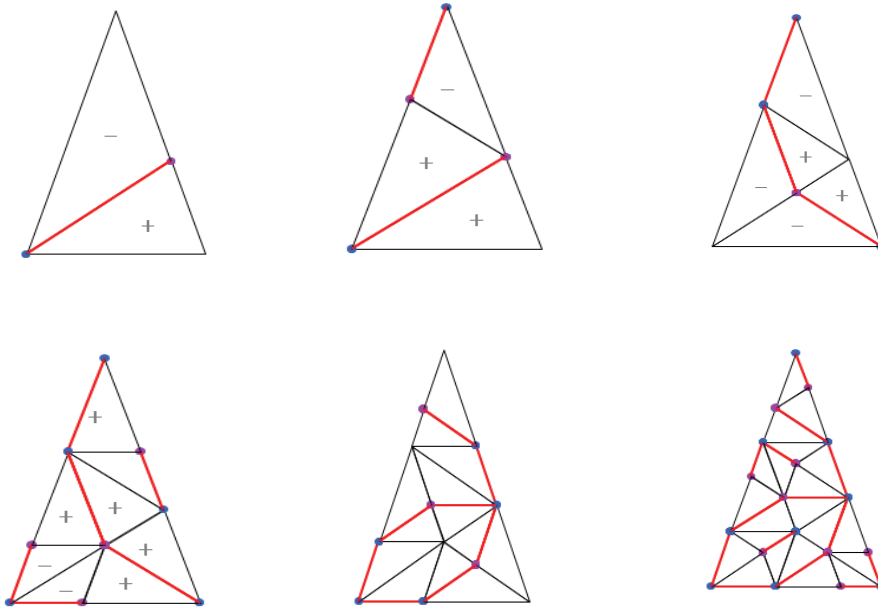
황금비를 $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803$ 로 정의한다. 그러면 $\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$ 이고, $\phi^2 = \phi + 1$ 을 만족한다. 타일링의 개념을 색상을 가진 꼭지점과 방향을 가진 모서리와 같은 부가적

인 특징을 허용함으로써 일반화한다. 그러한 타일은 색상과 방향이 공통의 꼭지점과 모서리에서 잘 맞추어지도록 배치시켜야 한다. 색상과 방향의 사용은 필수적인 것은 아니며, 타일을 꼭 맞추기 위해 타일을 흠을 내도록 잘라내고 돌출부를 더하는 등의 부가적인 조건의 설정을 통해서 변형할 수 있다. 이때 그러한 변형은 블록이 아닌 타일을 낳는다. 어떤 경우이건 여기서는 색상을 띤 꼭지점이나 방향을 가진 모서리를 가진 타일을 허용하도록 하자. 그리고 그러한 경우에 색상과 방향의 맞춤이 이루어지는 것을 가정한다.

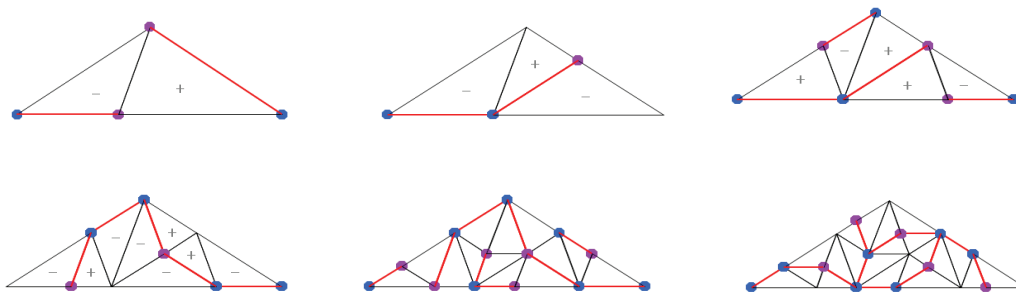


[그림 1] + triangle & - triangle

이제 [그림 1]에서와 같이 채색된 꼭지점과 긴 변으로부터 멀어지는 방향성 (P→Q→R)과 단일 색상의 모서리를 갖는 두 종류의 이등변 삼각형을 생각하자. [그림 1]에서 변의 비가 $(1, \phi, \phi)$ 이고 각도가 $72^\circ - 72^\circ - 36^\circ$ 인 이등변 삼각형을 + 삼각형 (plus triangle), 변의 비가 $(1, 1, \phi)$ 이고 각도가 $36^\circ - 36^\circ - 108^\circ$ 인 이등변 삼각형을 - 삼각형(minus triangle)이라 하자. 이 삼각형들은 각각 + 와 - 인 두 개의 작은 이등변 삼각형으로 분할될 수 있다는 성질을 가지고 있다. 이러한 성질을 이용하여 + 삼각형을 2개로 분할한 뒤 새로 얻어진 - 삼각형을 분할하고, 작은 2개의 + 삼각형을 분할해서 5개의 삼각형을 얻고, 이와 같은 작업을 반복한다. [그림 2]와 [그림 3]에서 방향이 주어진 모서리는 진한 선으로 표시되어 있다.



[그림 2] Dissection process of + triangle



[그림 3] Dissection process of - triangle

이와 같이 $72^\circ - 72^\circ - 36^\circ$ 인 + 삼각형과 $36^\circ - 36^\circ - 108^\circ$ 인 - 삼각형을 반복적으로 나누면 무한히 잘게 나누어지지만 형태가 반복되지는 않는 비주기 타일링을 생성할 수 있다. 이때 비주기성은 아래 [표 1], [표 2]와 같이 각 분할과정에서 생성되는 + 타일의 수와 - 타일의 수가 연속적인 피보나치수를 이룬다는 사실로부터 확인할 수 있다.

[표 1] Number of tiles followed by the dissection of + triangle

반복횟수 종류	0	1	2	3	4	5
+ 삼각형	1	1	2	2	5	5
- 삼각형	0	1	1	3	3	8
총	1	2	3	5	8	13

[표 2] Number of tiles followed by the dissection of - triangle

반복횟수 종류	0	1	2	3	4	5
+ 삼각형	0	1	1	3	3	8
- 삼각형	1	1	2	2	5	5
총	1	2	3	5	8	13

[표 1]과 [표 2]에서 각 단계를 시행할 때 마다 얻어지는 삼각형의 수는 피보나치 수를 형성하고, 2개의 인접한 피보나치 수는 + 삼각형과 - 삼각형에 대응하는 수이다. 그러면 이러한 분할을 무한히 진행하게 되면 분할을 이루는 + 삼각형과 - 삼각형의 비가 황금비 ϕ 로 수렴하게 된다. 주기성을 가진 타일링에서는 분할에 따른 비가 유리수로 나타나므로 위 분할에 따른 타일링은 명백히 비주기성을 갖는다.

변 $(1, \phi, \phi)$ 를 갖는 + 삼각형과 변 $(\phi, 1, 1)$ 으로 이루어진 - 삼각형에 의해 전체 평면을 타일링하는 것을 A-타일링(A-tiling)이라고 한다. 반복 분할의 아이디어를 써서 어떻게 A-타일링을 생성할 수 있는지 알아보기 위해 MATHEMATICA를 이용하여 [그림 2]에 예시된 분할을 수행하는 과정을 아래에 제시한다.

```
phi=GoldenRatio//N; (*  $\phi$ 값을 황금비로 고정 *)
toppoint={1/2,Sin[72 Degree]*phi}//N; (* 삼각형의 위 꼭지점의 좌표 지정 *)
starttriangle={toppoint,{1, 0.},{0., 0.}, 1}; (* + 삼각형의 꼭지점의 좌표 지정 *)
(* + 삼각형 PQR의 새로운 분할점 N 생성하고, RNQ는 + 삼각형으로,
RNP는 - 삼각형으로 구분해서 지정한다. *)
dissect[{p_, q_, r_, 1}]:=
```

```

(newpoint=(phi*q+p)*(2-phi);
  {{r, newpoint, q, 1},{r, newpoint, p, -1}})
(* + 삼각형 PQR의 새로운 분할점 N을 생성하고, RNQ는 - 삼각형으로,
  PQN은 + 삼각형으로 구분해서 지정한다. *)
dissect[{p_, q_, r_, -1}]:=
  (newpoint=(phi*r+p)*(2-phi);
    {{r, newpoint, q,- 1},{p, q, newpoint, 1}})
(* list의 원소를 분할하고 삼각형의 type을 변환시킨다. 그 후, 마지막 삼각형과
  type이 다른 삼각형을 list에 넣는다. *)
dissect[list_]:= (type *--1;
  Select[list, Last[#] !=type &]
(* 마지막 삼각형과 type가 일치하는 삼각형을 list에 편입하고 dissect[list_]를 통
  해 분할한다. *)
  Flatten[Map[dissect, Select[list, Last[#]==type &],1])
(* + 삼각형을 분할한 타일을 TriangleDissection으로 정의하고, 그 안의 타일은
  starttriangle을 n번 분할해서 꼭지점과 분할선을 연결하고 채색해서 구분 *)
TriangleDissection[n_]:= (type =1;
  tiles=Nest[dissect, starttriangle, n]/. {p_, q_, r_, x_}->
    {{PointSize[0.05],Hue[0.5],Point[p]},
    {PointSize[0.05],Hue[0.8],Point[q]}
    Line[{q,r,p}], {RGBColor[1,0,0],Thickness[0.01], Line[{p, q]}}];
  Show[Graphics[{Thickness[0.0005], tiles}],
    AspectRatio->toppoint[[2]],
    PlotRange->All)

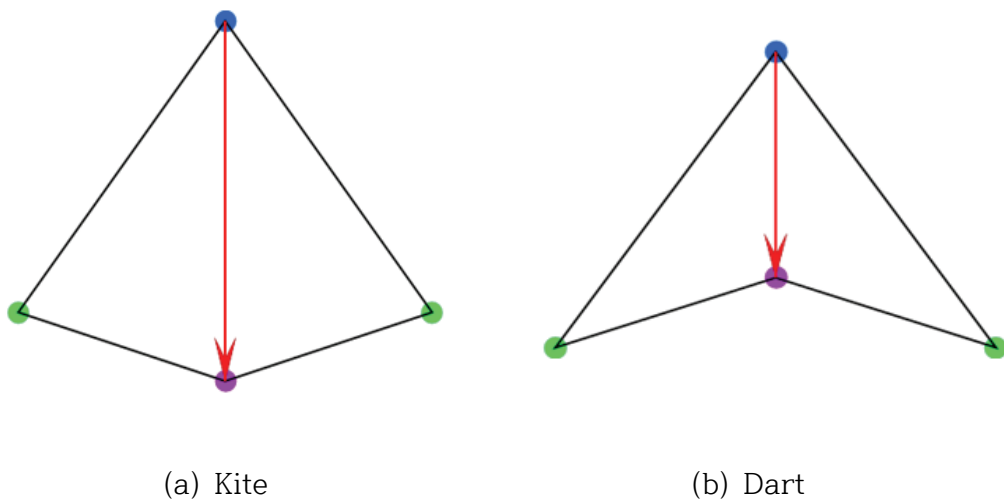
```

함수 TriangleDissection[n]을 수행하면 + 삼각형을 n개로 분할한다. Nest 명령어는 삼각형의 + 또는 - 유형을 네 번째 요소로 첨부하여 집적된 삼각형의 배열을 나타내도록 한다. 삼각형에서 꼭지점의 순서는 매우 중요한데 각 삼각형은 첫 두 꼭지점이 방향모서리가 되도록 배열한다. 함수 dissect는 어떤 유형의 삼각형을 꼭지점이 적절히 배열된 2개의 작은 삼각형으로 대치하기 위한 것이다. 이 함수는 호출 때 마다 삼각형의 유형이 서로 바뀌도록 설계한다. Select는 어떤 유형의 삼각형들을 뽑아 가만히 내버려두든지 또는 그들을 분할하는 것을 선택하는 기능을 담고 있다. Nest에 뒤

따라 나오는 치환은 방향 선분이 표시된 3개의 선분으로 각 삼각형을 대치한다. [그림 2]는 TriangleDissection[6]에 의해 생성된다.

이러한 분할을 반복하면 변의 길이가 각각 $(1, \phi, \phi)$ 와 $(1, 1, \phi)$ 인 두 삼각형의 무한 카피에 의해 매칭 규칙에 따라 전체 평면을 타일링하는 데 이용될 수 있는지에 대해 살펴보자. 먼저 처음 3개의 타일을 배치하기 위해 척도 요소 ϕ 로 확대된 [그림 2]에 있는 두 번째 삼각형을 사용한다. 이제 네 번째 삼각형은 척도 요소 ϕ^2 로 확대되고 이미 배치한 3개의 타일에 겹칠 수 있도록 회전할 수 있음에 주목하라. 이것은 추가로 5개의 타일의 배치를 제공한다. 그런 다음 여섯 번째 삼각형은 확대되어 처음 8개의 타일을 덮도록 회전할 수 있다. 이러한 과정을 반복 수행하여 전체 평면을 타일링 할 수 있음을 알 수 있다. 본 연구에서는 회전에 따른 프로그래밍의 어려움 때문에 이 방법을 쓰지 않고 아래의 Kite & Dart 타일링에서처럼 분할된 삼각형의 내부를 정사각형으로 잘라내는 기법을 사용하였다.

A-타일링을 수정해서 펜로즈 Kite & Dart 타일링을 제작할 수 있다. Kite는 [그림 4]의 (a)에서처럼 두 개의 + 삼각형을 공통 방향 모서리와 꼭지점의 색상을 유지한 채 붙여서 얻어진 색깔 꼭지점을 갖는 사변형이다. Dart는 두 개의 - 삼각형을 붙여서 얻어진다. 그러면 Kite와 Dart는 꼭지점의 색상을 맞추고 맞추어지는 방향모서리의 직선을 제거함으로써 구할 수 있다.

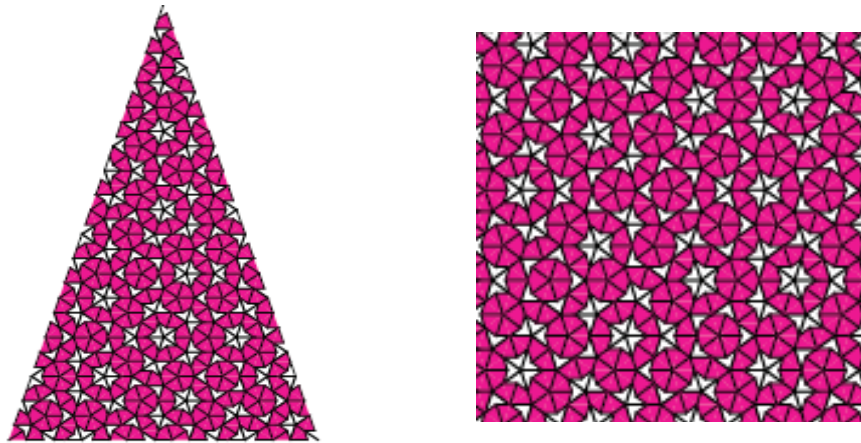


[그림 4] Kite & Dart

위에서 언급한 A-타일링에 대한 설계 원리를 적용해서 맞추어지는 방향 모서리를 삭

제하고 짝수 지수의 삼각형만을 사용함으로써 [그림 5]에서 같은 Kite & Dart 타일링을 제작할 수 있다. 여기에서 Kite에는 적절한 색상을 부여하고 오른 쪽의 정사각형 타일링은 + 삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형 부분을 잘라낸 것이다. 이는 PlotRange를 써서 다음과 같이 삼각형에 내접할 수 있는 최대의 정사각형으로 제한함으로써 생성된 이미지이다.

```
a = First[x /. N[Solve[Tan[72 Degree] x==1-2*x, x]]]
```



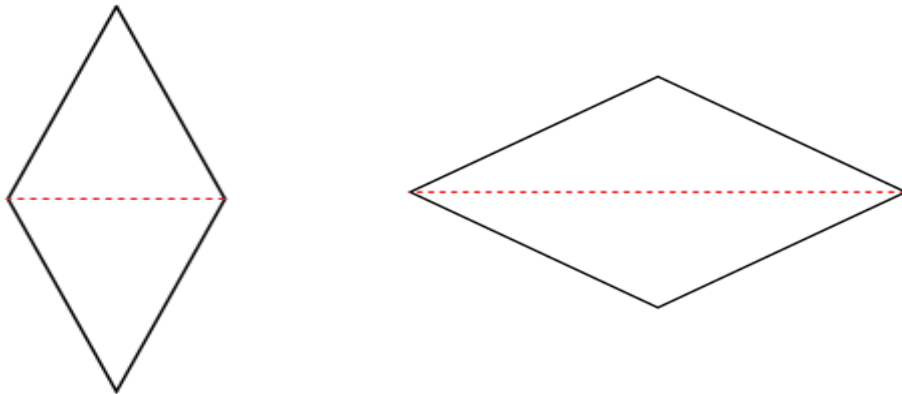
[그림 5] Kite & Dart tiling

Kite & Dart 타일링을 제작하는 과정은 아래와 같다. 앞에서 사용한 phi, toppoint, starttriangle과 dissect의 정의를 그대로 유지한다. KitesAndDarts와 TriangleDissection의 유일한 차이는 오직 짝수 지수의 삼각형만을 사용할 수 있도록 2n을 n으로 대체하고 치환규칙에서 방향 선분을 지우고 직선과 다각형을 생성하도록 수정을 가한 데 있다.

```
KiteAndDarts[n_]:= (type =1;
  tiles=Nest[dissect, starttriangle, 2*n] /.
  {{p_, q_, r_, -1}->Line[{q, r, p}],
  {p_, q_, r_, 1}->{Hue[0.9], Polygon[{q, r, p}],
  GrayLevel[0], Line[{q, r, p]}}];
Show[Graphics[{Thickness[0.0005], tiles}],
  AspectRatio->toplevel[[2]], PlotRange->All])
```

[그림 2]에 있는 첫째, 셋째, 다섯째 등 홀수 지수의 삼각형은 - 삼각형이 + 삼각형보다 큰 부분 타일들이다. 변 $(1, \phi, \phi)$ 을 갖는 + 삼각형과 변 $(\phi+1, \phi, \phi)$ 를 갖는 - 삼각형의 쌍으로 이루어진 타일링을 B-타일링(B-tiling)이라고 한다. [그림 2]에서 홀수지수의 삼각형은 B-타일링이고, 짝수 지수의 삼각형은 A-타일링이다.

[그림 6]에서와 같이 두 개의 + 삼각형의 짧은 변을 이어 붙이고, 두 개의 - 삼각형의 긴 변을 이어 붙이면 마름모(Rhomb)를 생성할 수 있다.



[그림 6] Penrose rhombs

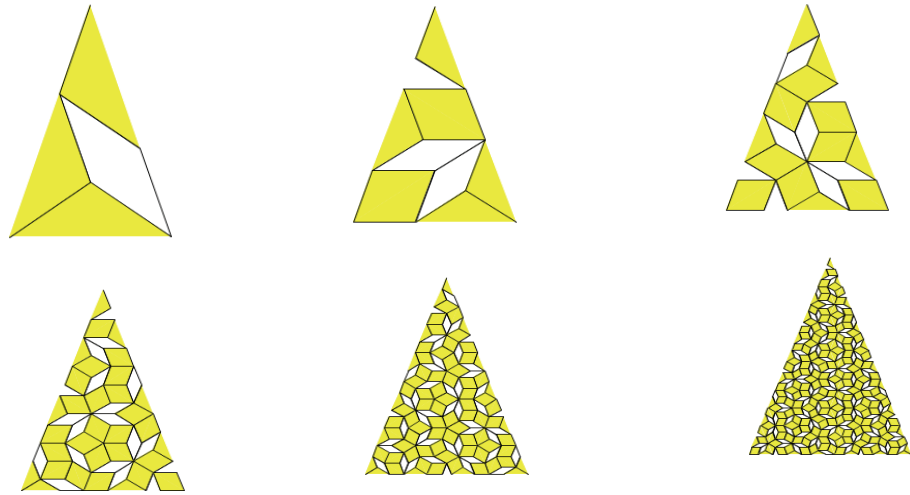
꼭지점에 적절히 색깔을 부여한 이러한 마름모들을 펜로즈 마름모(Penrose Rhombs)라고 한다. 하나의 B-타일링에서 적절한 짧은 변과 긴 변을 삭제하면 펜로즈 마름모가 만들어진다. 펜로즈 마름모를 얻기 위해 앞에서 사용한 전체 평면의 타일링에 대한 원리를 이용해서 홀수 지수의 삼각형을 삭제한다. 다음은 [그림 7]의 Penrose rhombs 타일링을 생성하기 위한 함수이다.

(* starttriangle의 분할 중 $2n+1$ 번째 분할만을 표시하고, 분할된 + 삼각형을 Line으로 연결, - 삼각형은 Polygon을 사용하여 내부를 채색한다. *)

```
Rhombs[n_]:= (type = 1;
  tiles=Nest[dissect, starttriangle, 2*n+1] /.
  {{p_, q_, r_, 1} -> Line[{r, p, q}],
  {p_, q_, r_, -1} ->
  {{Hue[0.17], Polygon[{p, q, r}], Line[{p, q, r}]}];

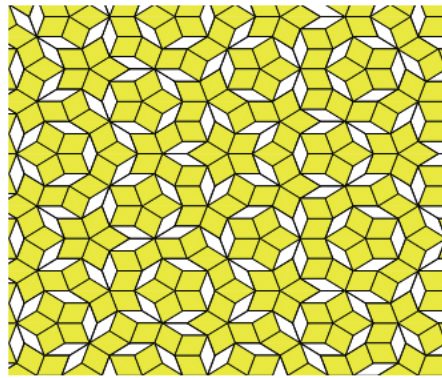
  Show[Graphics[{Thickness[0.003], tiles}],
```

AspectRatio->toppoint[[2]], PlotRange->All])



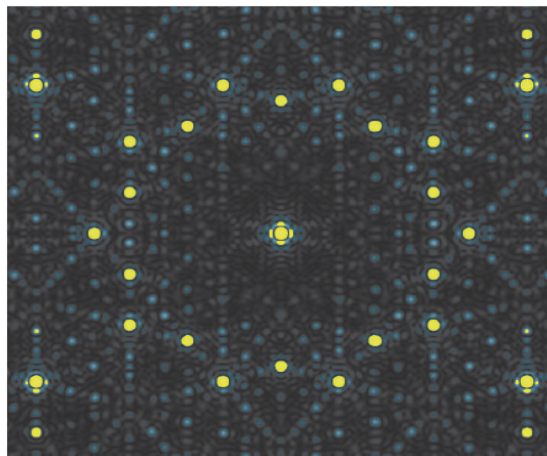
[그림 7] Dissection by rhombs

위 option에서 PlotRange->All을 PlotRange ->{{a,1-a},{0,1-2*a}}로 조정하면 [그림 8]에서와 같이 평면을 채우는 펜로즈 마름모의 타일링 디자인을 얻을 수 있다.



[그림 8] Penrose rhombs tiling

Penrose Rhombs 타일링은 [그림 9]와 같이 1984년 X선 회절 패턴을 이용하여 광물질 결정을 연구하던 과학자들에 의해 발견된 준결정체(Quasi-Crystal)라는 비주기성 구조의 새로운 형태와 매우 유사한 특성을 지니고 있어 준결정체의 구조 연구에 핵심적인 단서를 던져주고 있다([4], [6]).



[그림 9] X-ray diffraction pattern of a crystal

4. 결론

펜로즈 타일링의 주요 특성과 관점을 다음과 같이 정리할 수 있다.

① 1974년 영국 옥스퍼드 대학 수학과 교수인 Roger Penrose에 의해 발견된 펜로즈 타일링은 오직 두 쌍의 집합으로 생성될 수 있는 비주기 타일링으로서 부분적으로 일정한 패턴을 찾을 수는 있지만 전체적으로 반복되는 패턴이 존재하지 않는 준주기적 구조(aperiodic structure)를 지니고 있다.

② 펜로즈 타일링은 + 삼각형과 - 삼각형을 기본 구성요소로 해서 생성된 Kites, Darts, Rhombs 조각으로 이루어진다.

③ 펜로즈 타일링은 무한히 작은 조각으로 쪼개질 수 있지만 결코 같은 패턴이 반복되지 않으며 잘게 쪼개거나 무한히 평면을 채우면 도형의 비율이 황금비를 이루는 특성을 지닌다.

④ 펜로즈 타일링은 간단한 규칙과 성분만으로도 복잡하고 광대한 전체를 생성할 수 있는 구조적 특성을 갖고 있다.

⑤ X선 회절 패턴을 이용하여 광물질 결정을 연구하던 과학자들에 의해 1984년 비주기적 구조를 갖는 새로운 결정구조인 준결정체(Quasi-Crystal)이 발견되었고, 준주기적 타일링의 특성이 결정체의 구조연구에 핵심적인 연구 소재로 부상하고 있다.

본 연구에서는 MATHEMATICA의 반복 프로그래밍 기능을 이용하여 펜로즈 타일링의 원리에 기초한 설계와 실험으로 다양한 펜로즈 타일링의 이미지를 구성하였다.

5. 참고문헌

- [1] 김영익 외 (2001), 아름다운 수학 Mathematica와 함께, 교우사.
- [2] 루디 러커, 김량국 역 (2001), 사고혁명, 열린 책들.
- [3] R. Berger (1966), The undecidability of the domino problem, Memoir American Math. Soc., **66**.
- [4] Roger Penrose (1974), The role of aesthetics in pure and applied mathematical research, Bull. Inst. Math. Appl., **10** : 266-271.
- [5] Raphael M. Robinson (1971), Undecidability and Nonperiodicity for tilings of the plane, Invention math., **12** : 177-209.
- [6] Marjorie Senechal (2006), What is a Quasi-Crystal, Notices of AMS, **53**, no.8 : 886-887.
- [7] Hao Wang(1961), Proving theorems by pattern recognition II, Bell system tech. J., **40** : 1-41.
- [8] Stan Wagon (1991), Mathematica in action, Freeman.

완전그래프와 순환의 데카르트적에 대한 거리 3 색칠

김병문¹⁾ · 송병철²⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 수학과

Distance Three Coloring for the Cartesian Product of a Complete Graph and a Cycle

Byeong Moon Kim¹⁾, Byung Chul Song²⁾

*Dept. of Mathematics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung,
210-702, Korea*

Abstract. A 3-distance coloring of a graph $G=(V,E)$ is the integer valued function f on V such that $f(u)$ and $f(v)$ are distinct for any $u,v \in V$ satisfying $\text{dist}(u,v) \leq 3$. The smallest number of colors used for 3-distance coloring of G is the 3-chromatic number $\chi_3(G)$ of G . In this paper, we show that If $n \geq 3$ and $m \geq 6n$, then

$$\chi_3(K_n \square C_m) = \begin{cases} 3n, & \text{if } m \equiv 0 \pmod{3}, \\ 3n+1, & \text{if } m \equiv 1, 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

요약: 그래프 $G=(V,E)$ 의 거리 3 색칠은 $\text{dist}(u,v) \leq 3$ 을 만족시키는 어떤 $u,v \in V$ 에 대해서도 $f(u)$ 와 $f(v)$ 가 다른 정수값을 가지는 V 에서 정의된 함수 f 이다. 거리 3 색칠을 하는데 필요한 가장 작은 색의 수를 G 의 채색수 $\chi_3(G)$ 라 한다. 이 논문에서는 $n \geq 3$ 이고 $m \geq 6n$ 일 때

$$\chi_3(K_n \square C_m) = \begin{cases} 3n, & m \equiv 0 \pmod{3} \text{일 때}, \\ 3n+1, & m \equiv 1, 2 \pmod{3} \text{일 때}, \end{cases}$$

1) E-mail address: kbm@gwnu.ac.kr

2) Corresponding author. Tel.: +82-33-640-2271; fax: +82-33-647-3256,
e-mail: bcsong@gwnu.ac.kr.

임을 보이는 것이다.

Keywords: 3-distance coloring, cartesian product, 3-chromatic number

1. Introduction

A 3-distance coloring of a graph $G=(V,E)$ is the integer valued function f on V such that $f(u) \neq f(v)$ for any $u,v \in V$ with $\text{dist}(u,v) \leq 3$. The smallest number of colors used for 3-distance coloring of G is called the 3-chromatic number $\chi_3(G)$ of G . The distance coloring is not only the generalization of the graph coloring but also graph labeling problem motivated by Hale [8]. In a wireless communication network, the channel assignment problem(CAP) is the effective assignment of a channel to each transmitter in that system. The channels assigned to transmitters must satisfy certain distance conditions to avoid the interference between them. Because of the mass increasing needs of demand calls in the latest network, we have to find a delicate and reasonable assignment solution to minimize the range of channels used.

The origin of mathematical model for the channel assignment problem was proposed by Griggs and Yeh[7]. Let $G=(V,E)$ be a graph, $1 \leq d \leq \text{diam}(G)$ and j_1, j_2, \dots, j_d nonnegative integers. An $L(j_1, j_2, \dots, j_d)$ -labeling, or distance d labeling, is a function $f: V \rightarrow \mathbb{N}$ which satisfies that $|f(u) - f(v)| \geq j_\delta$ for $u, v \in V$ with $\delta = \text{dist}(u, v) \leq d$. The $L(j_1, j_2, \dots, j_d)$ -labeling number $\lambda_{j_1, j_2, \dots, j_d}(G)$ for G is the minimum span among all $L(j_1, j_2, \dots, j_d)$ -labeling of f .

The survey papers[4, 5, 18] contain plenty of results concerning the 2-distance labeling, or $L(j,k)$ -labelings of various classes of graphs including the $L(1,1)$ -labeling and the $L(2,1)$ -labeling.

Recently studies concerning the 3-distance labelings for graphs are increasing. The standard efforts on distance three labeling is to find the $\lambda_{3,2,1}(G)$ for classes of graph G [6, 9, 14]. For special cases, $\lambda_{1,1,1}(G)$ and $\lambda_{2,1,1}(G)$ are computed when G is a path, cycle, grid, complete binary tree or cube [1, 2, 3, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 19]. Especially $L(1,1,1)$ -labeling problem is the 3-distance coloring problem and there is a survey [13] on it. Note that $\lambda_{1,1,1}(G)+1=\chi_3(G)$.

The Cartesian product of two graphs $G=(V_G, E_G)$ and $H=(V_H, E_H)$ is the graph $G \square H$ such that the vertex set is $V_G \times V_H$ and two vertices (u_1, u_2) and (v_1, v_2) are adjacent if $\{u_1, v_1\} \in E_G$ with $u_2 = v_2$, or $\{u_2, v_2\} \in E_H$ with $u_1 = v_1$. In this paper, we show that

$$\chi_3(K_n \square C_m) = \begin{cases} 3n, & \text{if } m \equiv 0 \pmod{3}, \\ 3n+1, & \text{if } m \equiv 1, 2 \pmod{3} \end{cases}$$

where K_n is the complete graph of order $n \geq 3$ and C_m is a cycle of order $m \geq 6n$.

2. Main results

For $x \in \mathbb{Z}$ and $k \in \mathbb{Z}^+$, we define $[x]_k = x - \lfloor \frac{x}{k} \rfloor k$ by the residue of x modulo k . Let $G = K_n \square C_m = (V, E)$ such that

$$V = \{(i, j) \mid 0 \leq i \leq n-1, 0 \leq j \leq m-1\}$$

and

$$E = \{(i, j), (i', j') \mid \text{either } i \neq i' \text{ and } j' = j, \text{ or } i = i' \text{ and } j' = j \pm 1 \pmod{m}\}.$$

Figure 1 displays the example $K_3 \square C_8$, the cartesian product of K_3 and C_8 .

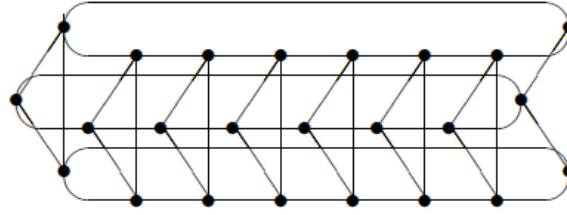


Figure 1. Example $K_3 \square C_8$

Theorem 1. If $n \geq 3$ and $m \geq 6n$, then

$$\chi_3(K_n \square C_m) = \begin{cases} 3n, & \text{if } m \equiv 0 \pmod{3}, \\ 3n+1, & \text{if } m \equiv 1, 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Proof. For $m \equiv 0 \pmod{6}$, let $f_1 : V \rightarrow [0, 3n-1]$,

$$f_1(i, j) = \begin{cases} [i + nj]_{3n}, & \text{if } j \equiv 0, 1, 2 \pmod{6}, \\ [i + 1]_n + [j]_{3n}, & \text{if } j \equiv 3, 4, 5 \pmod{6}. \end{cases}$$

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	3	6	0	3	6	0	3	6	0	3	6
1	1	4	7	1	4	7	1	4	7	1	4	7
2	2	5	8	2	5	8	2	5	8	2	5	8

Table 1. 3-distance coloring f_1 of $K_3 \square C_{12}$

Suppose that (i, j) and (i', j') are at distance at most three and $f_1(i, j) = f_1(i', j')$. Then, either $j' - j \equiv 0, \pm 1, \pm 2 \pmod{m}$, or $j' \equiv j \pm 3 \pmod{m}$ and $i' = i$. We may assume that $j' - j \equiv 0, 1, 2 \pmod{m}$, or $j' \equiv j + 3 \pmod{m}$ and $i' = i$. From the definition of f_1 , we can see that $[t]_{3n} \leq f_1(s, t) < ([t]_{3n} + 1)n$ for all $(s, t) \in V$. Since $f_1(i, j) = f_1(i', j')$, $[j']_3 = [j]_3$. Since m is a multiple of 3, we have $j' = j$, or $j' \equiv j + 3 \pmod{m}$ and $i = i'$. If $j' = j$, then since $f_1(i, j) = f_1(i', j')$, we have $i = i'$. Also we can see that either $f_1(i, j) \equiv i \pmod{n}$ and $f_1(i, j') \equiv i + 1 \pmod{n}$, or $f_1(i, j) \equiv i + 1 \pmod{n}$ and $f_1(i, j') \equiv i \pmod{n}$. Thus $f_1(i, j) \neq f_1(i', j')$. As a consequence, f_1 is a 3-distance coloring of $K_n \square C_m$. Hence $\chi_3(K_n \square C_m) \leq 3n$.

Conversely, for all distance three coloring f of $K_n \square C_m$, any two of $3n$ vertices (i, j) with $0 \leq j \leq 2$ are at distance at most 3. Thus $\chi_3(K_n \square C_m) \geq 3n$. Therefore $\chi_3(K_n \square C_m) = 3n$.

For $m \equiv 3 \pmod{6}$, with $m \neq 3$, let $f_2 : V \rightarrow [0, 3n-1]$,

$$f_2(i, j) = \begin{cases} [i + nj]_{3n}, & \text{if } j \equiv 0, 1, 2 \pmod{6} \text{ and } j \leq m-4, \\ [i+1]_n + [j]_{3n}, & \text{if } j \equiv 3, 4, 5 \pmod{6}, \\ [i+2]_n + [j]_{3n}, & \text{if } m-3 \leq j \leq m-1. \end{cases}$$

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	3	6	1	4	7	0	3	6	1	4	7	2	5	8
1	1	4	7	2	5	8	1	4	7	2	5	8	0	3	6
2	2	5	8	0	3	6	2	5	8	0	3	6	1	4	7

Table 2. 3-distance coloring f_2 of $K_3 \square C_{15}$

The proof for $\chi_3(K_n \square C_m) = 3n$ in this case is similar to that of the previous case except that the proof for $f_2(i, j) = f_2(i', j')$ is somewhat complicated when $j' \equiv j+3 \pmod{m}$ and $i = i'$. We omit the proof.

For $m \equiv 1 \pmod{3}$, let $f_3 : V \rightarrow [0, 3n-1]$,

$$f_3(i, j) = \begin{cases} [i + nj]_{3n+1}, & \text{if } 0 \leq j \leq 3n, \\ [i+2]_n + [j-1]_{3n}, & \text{if } 3n+1 \leq j \leq m-1, \text{ and } j \equiv 1, 2, 3 \pmod{6}, \\ [i+1]_n + [j-1]_{3n}, & \text{if } 3n+1 \leq j \leq m-1, \text{ and } j \equiv 0, 4, 5 \pmod{6}. \end{cases}$$

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	2	5	8	1	4	7
1	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	0	3	6	2	5	8
2	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	1	4	7	0	3	6

Table 3. 3-distance coloring f_3 of $K_3 \square C_{16}$

Suppose that (i, j) and (i', j') are at distance at most three and $f_3(i, j) = f_3(i', j')$. We may assume that $j' - j \equiv 0, 1, 2 \pmod{m}$, or $j' \equiv j+3 \pmod{m}$ and $i' = i$. If $0 \leq j \leq j' \leq 3n$ and $j' \leq j+2$, then since

$$jn \leq i + jn \leq i' + j'n < (j' + 1)n \leq jn + 3n + 1$$

and

$$f_3(i, j) = [i + jn]_{3n+1} = [i' + j'n]_{3n+1} = f_3(i', j'),$$

we have $(i, j) = (i', j')$. If $0 \leq j \leq j' \leq 3n$ and $j' = j + 3$, then

$$f_3(i, j) = [i + jn]_{3n+1} \neq [i + jn + 3n]_{3n+1} = [i + j'n]_{3n+1} = f_3(i', j').$$

This is a contradiction. If $0 \leq j \leq 3n$ and $j' > 3n$, then since $3n+1 \leq j' \leq 3n+3$ and $f_3(0, 3n+1) = [3n]_{3n+1} = 0$,

$$f(i, j) = f(0, 3n+1) + i + (j - 3n - 1)n = i + (j - 3n - 1)n = [i + jn]_{3n+1}.$$

By a similar method as above, we have a contradiction.

If $3n+1 \leq j \leq j' \leq m-1$ and $j' \leq j+2$, then since $[j-1]_3 n \leq f(i, j) < ([j-1]_3 + 1)n$ and $[j'-1]_3 n \leq f(i', j') < ([j'-1]_3 + 1)n$, we have $j' = j$. Thus $i' = i$. If $3n+1 \leq j \leq j' \leq m-1$ and $j' = j+3$, then $f(i, j) \neq f(i, j+3) = f(i', j')$, a contradiction.

If $j \leq m-1$ and $j' \leq 3$, then we can see $f(i, j) \equiv i \pmod{n}$. Thus $j' - j \equiv 1, 2 \pmod{m}$. If $j' = 0$, then since $f(i', 0) = i' < n$ and $f(i, j) \geq [j-1]_3 n \geq n$ for $j = 3n-1, 3n$, $f(i, j) \neq f(i', j')$. If $j' = 1$, then since $f(i', 1) = i' + n < 2n$ and $f(i, 3n) \geq [3n-1]_3 n = 2n$, $f(i, j) \neq f(i', j')$.

As a consequence, f_3 is a 3-distance coloring of $K_n \square C_m$. Hence $\chi_3(K_n \square C_m) \leq 3n+1$.

Conversely, let f be a distance three coloring of $K_n \square C_m$ with $3n$ colors. For each j , define $S_j = \{f(i, j) | 0 \leq i \leq n-1\}$. Since both S_j, S_{j+1}, S_{j+2} and $S_{j+1}, S_{j+2}, S_{j+3}$ are mutually disjoint and only $3n$ colors are used, $S_j = S_{j+3}$ for all j . Thus $S_0 = S_{3n}$, which contradicts that two vertices $(i, 0)$ and $(i', 3n)$ are at distance one for all i and i' . Thus $\chi_3(K_n \square C_m) \geq 3n+1$. Therefore $\chi_3(K_n \square C_m) = 3n+1$.

For $m \equiv 2 \pmod{3}$, let $f_4 : V \rightarrow [0, 3n-1]$,

$$f_4(i, j) = \begin{cases} [i + nj]_{3n+1}, & \text{if } 0 \leq j \leq 6n+1, \\ [i+1]_n + [j-1]_{3n}, & \text{if } 6n+2 \leq j \leq m-1, \text{ and } j \equiv 2, 3, 4 \pmod{6}, \\ [i+2]_n + [j-1]_{3n}, & \text{if } 6n+2 \leq j \leq m-1, \text{ and } j \equiv 0, 1, 5 \pmod{6}. \end{cases}$$

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	2	5	8
1	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	0	3	6
2	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	1	4	7

Table 3. 3-distance coloring f_4 of $K_3 \square C_{23}$

The proof for $\chi_3(K_n \square C_m) = 3n$ in this case is similar to that of the previous case, $m \equiv 1 \pmod{3}$. We omit the proof.

3. References

[1] A. A. Bertossi and M. C. Pinotti, Channel assignment with separation for interference avoidance in weierless networks, IEEE Trans. Parall. Distrib. Syst. 14, 222-235 (2003).

[2] A. A. Bertossi and M. C. Pinotti, Approximate $L(1, 2, \dots, t)$ -coloring of trees and interval graphs, Networks 49 no. 3, 204--216 (2007).

[3] A. A. Bertossi, M. C. Pinotti and R. Tan, Efficient use of Radio spectrum in weierless networks with channel separation between close stations, dial M for mobility: International ACM workshop, Discrete algorithms and methods for mobile computing, (2000).

[4] T. Calamoneri, The $L(h, k)$ -labeling problem: A survey and annotated bibliography Comp. J. 49, 585--608 (2006).

[5] T. Calamoneri, The $L(h, k)$ -Labelling Problem: An Updated Survey and

- Annotated Bibliography, *Comp. J.* 54, 1344--1371 (2011).
- [6] M. L. Chia, D. Kuo, H. Liao, C. H. Yang and R. K. Yeh, $L(3, 2, 1)$ labeling of graphs, *Taiwan. J. Math.* 15, 2439--2457 (2011).
- [7] J. R. Griggs and R. K. Yeh, Labeling graphs with a condition at distance two, *SIAM J. Discrete Math.* 5, 586--595 (1992).
- [8] W. K. Hale, Frequency assignment: theory and application, *Proc. IEEE* 68, 1497--1514 (1980).
- [9] B. M. Kim, B. C. Song and , Distance three labelings for direct products of three complete graphs, *Taiwan. J. Math.* 17, 207--219 (2013).
- [10] B. M. Kim , B. C. Song & Y. Rho, $L(2, 1)$ -labellings for direct products of a triangle and a cycle, *International Journal of Computer Mathematics* 90(3), 475--482 (2013).
- [11] B. M. Kim , W. Hwang & B. C. Song, $L(3,2,1)$ -labeling for cylindrical grid: The Cartesian product of a path and a cycle, *Korean Journal of Mathematics* Volume 25(2), 279--301 (2017).
- [12] B. M. Kim , B. C. Song & Y. Rho, $L(1,1)$ -labelling of the direct product of a complete graph and a cycle, *Journal of Combinatorial Optimization*, 30(3), 803--811, (2015).
- [13] F. Kramer and H. Kramer, A survey on the distance-coloring of graphs, *Discrete Math.* 308, 422--426 (2008).
- [14] D. D. Liu, Radio number for trees, *Discrete Math.* 308 no. 7, 1153--1164 (2008).
- [15] D. D. Liu and X. Zhu, Multilevel distance labelings for paths and cycles, *SIAM J. Disc. Math.* 19, 610--621 (2005).
- [16] D. D. Liu and M. Xie, Radio number for square paths, *Ars.*

Combinatoria 90, 307--319 (2009)

[17] Z. Shao and A. Vesel, Integer linear programming model and satisfiability test reduction for distance constrained labellings of graphs: the case of $L(3, 2, 1)$ labelling for products of paths and cycles, IET Commun. 7, 715--720 (2013)

[18] R. K. Yeh, A survey on labeling graphs with a condition two, Discrete Math. 306, 1217--1231 (2006).

[19] S. Zhou, A distance-labelling problem for hypercubes, Discrete Appl. Math. 156, no.15, 2846--2854 (2008).

Numerical Computation of Drop Spreading by Using a Thin-Film Flow Model

Jaegi Jun, Sung-Ik Sohn¹⁾

*Dept. of Mathematics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung,
25457, Korea*

박막유동모델을 이용한 액적퍼짐에 대한 수치계산

전재기 · 손성익¹⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 수학과

요약: 이 논문에서는 윤활근사모델을 이용하여 고체위의 유체액적의 퍼짐을 수치계산한다. 윤활모델에서 모세관효과만을 고려하고 접촉라인에서의 특이점을 제거하기 위하여 선도막을 둔다. 모델방정식을 풀기위하여 명시적 수치계산법을 제시한다. 수치해법을 테스트 문제에 적용하여 해법을 검증하고, 또한 물리적 문제에 적용하여 매개변수에 따른 액적의 동태를 조사한다.

Abstract: In this paper, we study numerical simulations of the spreading of a drop on a solid, using the lubrication approximation model. We consider only capillary effects in the lubrication model and deposit a precursor film to remove a singularity on the contact line. We present an explicit numerical method to solve the model equation. We apply the numerical method to a test problem and validate it. We also apply to the physical problem of a drop spreading and examine its dynamic behavior.

Keywords: drop spreading, lubrication approximation, capillarity, precursor film

1) Corresponding Author. E-mail: sohnsi@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2267
This study was supported by Gangneung-Wonju National University.

1. Introduction

The coating of a solid surface by a thin liquid film and the dynamics of the contact line are problems of interest from both practical and theoretical points of view (Dussan 1979, Gennes 1985, Gennes *et al.* 2004). Extensive research has been directed to explore these problems for last decades. The problem of a thin film is usually studied in the framework of lubrication approximation. In the lubrication approximation, the velocity field is depth-averaged over the thickness of the film, so that Navier-Stokes equations (or Stokes equations) reduces to a single fourth-order partial differential equation which governs the time evolution of the film thickness $h(x,y,t)$ (Troian 1989, Kondic 2003).

Assuming fluid spreading on a horizontal substrate, the thin film equation under the lubrication approximation is given by

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot [D(h) \nabla \nabla^2 h] - \zeta \nabla \cdot [D(h)^3 \nabla h] = 0. \quad (1)$$

The second term corresponds to the capillary effects and the third term comes from the gravitational force. If one assumes the usual no-slip boundary condition at the moving contact line, the nonlinear diffusion is given by $D(h) = h^n$ with $n = 3$. Equations of the type of Eq. (1) are also important in other fields for different values of n ; for example, the evolution of a thin neck in a Hele-Shaw cell, the diffusion of dopants in semiconductors, and Cahn-Hilliard models with degenerate mobility (Constantin 1993, Bernis 1992, Elliott & Barcke 1996).

A major difficulty in the study of fluid spreading is in the contact line, where liquid, gas and solid phase meet. A moving contact line coupled with a no-slip boundary condition leads to a multi-valued fluid velocity at the contact point and the stresses diverge. This problem is well known as the contact line paradox (Dussan 1979, Gennes 1985) and manifests also in the lubrication equation (1).

In the case of completely wetting fluids, experimental evidences (Radigan *et al.* 1974, Beaglehole 1989) motivate the inclusion of a microscopic

precursor film in front of the contact line, which removes the singularity. This approach is consistent with a long-range van der Waals model (Gennes 1985, Bertozzi & Pugh 1994). In the general context of partially wetting fluids, the contact line problem is usually modelled by relaxing no-slip boundary condition, or by accounting for the effects of the long-range van der Waals forces.

In this paper, we study the case of completely wetting fluids with the precursor film. We focus on the simpler equation which includes only capillary effects, setting $\zeta=0$ in Eq. (1) and consider the diffusion $D(h)=h^n$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot [h^n \nabla^2 h] \quad (2)$$

This fourth-order diffusion equation is degenerate, since the diffusivity vanishes as $h \rightarrow 0$. We consider this equation for the exponent $n \leq 3$ for the following reasons: for the cases of $n \leq 2$, direct comparisons of the computational and theoretical results are possible, and for the case of $n=3$, the model equation corresponds to the real physical problem of drop spreading on a solid. Note that the advancing front solution does not exist for $n > 3$.

2. Numerical method

In this section, we present a finite-difference-based numerical method to solve the model problem (2). For a space discretization, the computational domain is defined by $0 \leq x \leq L$, and is discretized by the node points $x_i = i\Delta x$, $i=0, \dots, N$, where $\Delta x = L/N$. Let $h_i(t)$ denote a discrete approximation to $h(x_i, t)$. We need to formulate Eq. (2) for dh_i/dt at each i . This equation can be written in the form

$$\frac{dh_i}{dt} = f_i, \quad i = 1, \dots, N_x - 1 \quad (3)$$

where f_i is a discretization of the right hand side of Eq. (2). The boundary

condition gives $h_0 = 1, h_N = b > 0$.

The values of f_i involve y_i at the grid points adjacent to the point i and depend on how we calculate the required derivatives. Special care is needed due to the high order of the governing equation. It is easy to check that a naive use of central differences can lead to a large computational stencil; there would be many neighbor points involved in calculating f at a given node i . One can easily check that the fourth-order term would lead to a seven-point stencil, with $j = i - 3, i - 2, i - 1, i, i + 1, i + 2, i + 3$ involved. We present a simpler discretization, involving only five points, but still second-order accurate. Using a smaller stencil is important not only due to computational simplicity and performance, but also because a larger stencil would involve a number of extra points at the boundaries.

For a discretization of the fourth-order term, we consider Eq. (2) in one-dimension

$$h_t = (D(h)h_{xxx})_x \tag{4}$$

in our case $D(h) = h^n$. We define forward and backward differences by

$$h_{x,i} = \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x}, \quad h_{x^-,i} = \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x}. \tag{5}$$

Equation (4) can be now discretized as

$$h_{i,t} = (a(h_{i-1}, h_i) h_{xxx^-,i})_x, \tag{6}$$

where $a(s_1, s_2)$ is some approximation to $D(h)$. It can be easily verified that this scheme leads to a five-point stencil: i.e., two neighbor points on each side of the given point i are used, and the scheme is second-order correct, as long as a is a second-order correct approximation to g . The only remaining question is the choice of a . One could use, for example,

$$a(s_1, s_2) = \frac{1}{2} [D(s_1) + D(s_2)] \quad \text{or} \quad a(s_1, s_2) = D\left[\frac{1}{2}(s_1 + s_2)\right]. \tag{7}$$

In our simulations, the former one in Eq. (7) is applied for a .

For a time discretization, we apply an explicit scheme to solve Eq. (2),

which uses the right hand side at time t to calculate the time derivative. The simplest choice is the forward Euler scheme,

$$\frac{h_i(t + \Delta t) - h_i(t)}{\Delta t} = f_i(t), \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (8)$$

and then solves this system of equations for $y_i(t + \Delta t)$, $i = 1, \dots, N_x - 1$. Here $f_i(t)$ represents the right hand side of Eq. (2) at $x = x_i$.

This scheme, while simplest to use, has a time step restriction from a CFL condition. For Eq. (2), the stability requirement is $\Delta t < C\Delta x^4$, where C is a constant. For reasonably small Δx , this requires a very small Δt . One may overcome the time step restriction by applying an implicit scheme.

3. Numerical results

We perform some numerical tests on a simpler problem ($n=1$) with a known exact solution and then consider the physical problem of a spreading drop ($n=3$). Equation (2) with $D(h) = h^n$ has a self-similar solution for $n < 3$ (Bernis *et al.* 1992). We compare this solution to test performance of our numerical method. In the computational computations, the initial value is given by

$$h(x,0) = \begin{cases} (1-x^2)^2 + b, & 0 \leq x \leq 1, \\ b, & x > 1. \end{cases} \quad (9)$$

(1) Test problem: the case $n = 1$

For the initial condition (9), the theoretical solution for the center $h_0(t)$, assuming the zero contact angle, is

$$h_0(t) = (1 + 120t)^{-\frac{1}{5}}. \quad (10)$$

Figure 1 is the numerical result for the evolution of the drop profile. The

grid size is given by $\Delta x=0.01$ and the thickness of the precursor film is set to $b=10^{-4}$. Figure 2 is the comparison of the numerical result for the height of a drop $h_0(t)$ with the theoretical solution. Fig. 2 shows that the numerical result is in an excellent agreement with the theoretical solution, which validates our computational method.

Figure 3 is the drop profiles at $t=0.02$ with several grid sizes Δx . The thickness of the precursor film is fixed to $b=10^{-2}$. Fig. 3 shows the convergence of the numerical results with the grid size.

Figure 4 plots the values of h_0 at $t=0.02$ versus Δx for $b=10^{-2}$ and 10^{-3} . We observe that for $b=10^{-2}$, the solution is slightly larger than the exact value $h_0(t=0.02)=0.7829$. The solutions for smaller b , such as 10^{-3} tend to converge to the exact solution as $\Delta x \rightarrow 0$. Note that the results for $b=10^{-3}$ with the grid size $\Delta x \leq 0.025$ are not given in Fig. 4, because these cases require very small time step the solution can not be obtained in a reasonable time. It turns out that the solution for $n=1$ can be accurately computed by using our numerical method based on the explicit time discretization.

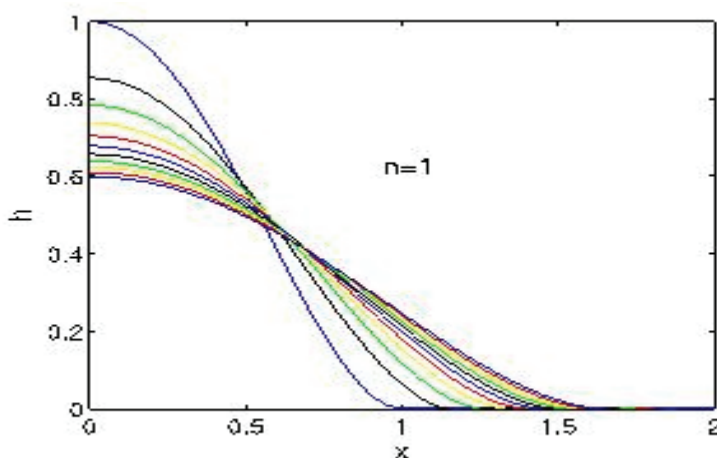


FIG. 1. Evolution of the drop profile for $n=1$ at $t=0, 0.01, 0.02, \dots, 0.1$. The grid size is $\Delta x=0.01$ and the thickness of the precursor film $b=10^{-4}$.

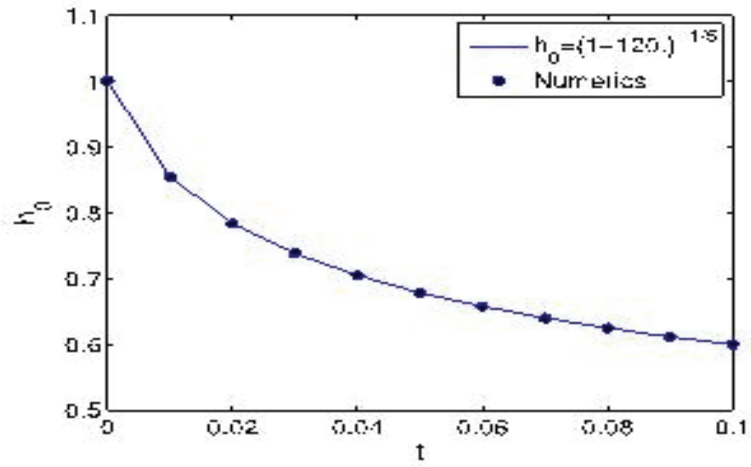


FIG. 2. Comparison of the numerical result for the height of drop $h_0(t)$ with the theoretical solution.

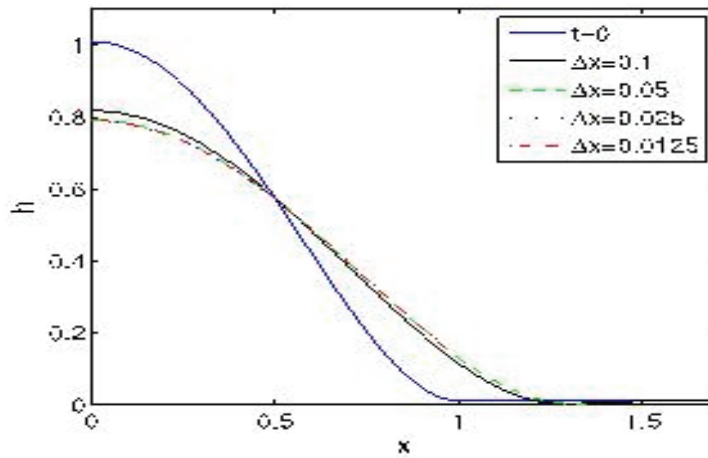


FIG. 3. Drop profiles for $n=1$ and $b=10^{-2}$ at $t=0.02$, using different grid size.

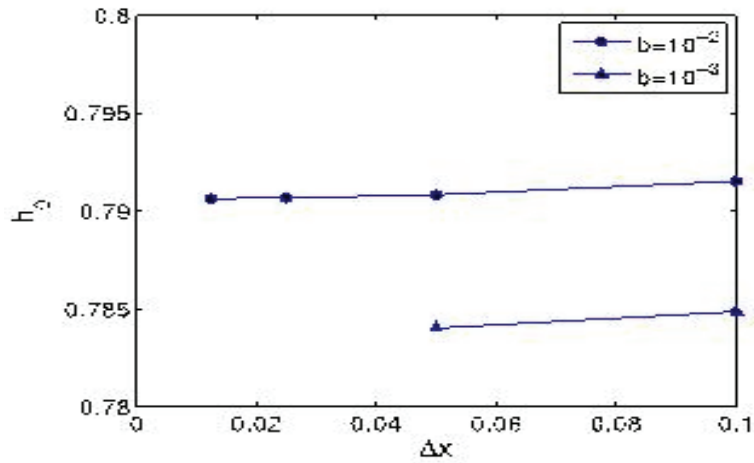


FIG. 4. Height h_0 of the drop for $n=1$ at $t=0.02$ as a function of Δx with $b=10^{-2}$ and 10^{-3} .

(2) Physical problem: the case $n=3$

We now apply the numerical method to simulate the spreading of a physical droplet ($n=3$). Figure 5 is the result for the evolution of the drop profile. The grid size is given by $\Delta x=0.05$ and the thickness of the precursor film is set to $b=10^{-3}$. The drop profiles are similar to the case of $n=1$, but spread much faster than the case of $n=1$. Figure 6 shows the convergence behavior with $\Delta x \rightarrow 0$ for two values of b . It is found that smaller b 's yield larger values of h_0 . Unlike the case of $n=1$, the results for h_0 for $n=3$ have relatively large differences with the values of b .

We find that our explicit numerical method takes a lot of computation times, due to the time step restriction from the CFL condition. An efficient numerical method, based on implicit time-integration methods, is needed for further investigation of the drop spreading.

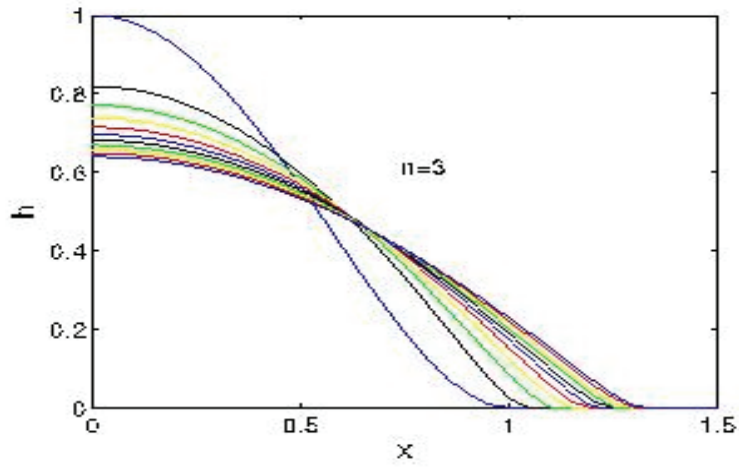


FIG. 5. Evolution of the drop profile for $n=3$ at $t=0, 0.1, 0.2, \dots, 1$. The grid size is $\Delta x=0.05$ and the thickness of the precursor film is $b=10^{-3}$.

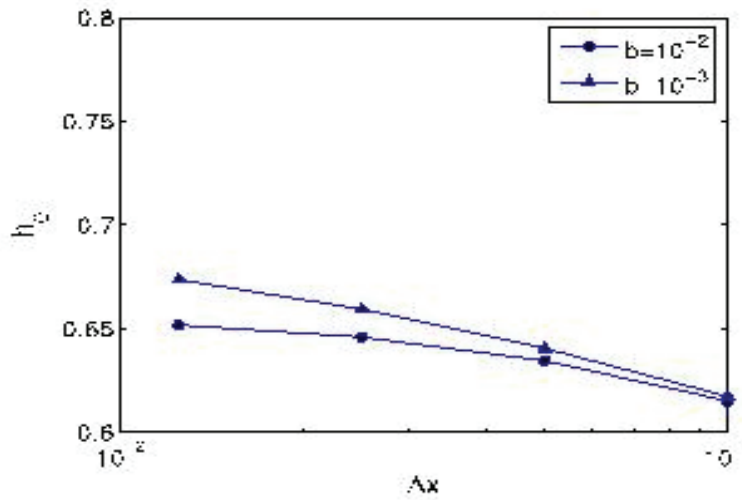


FIG. 6. Height h_0 of the drop for $n=3$ at $t=1$ as a function of Δx with $b=10^{-2}$ and 10^{-3} .

4. Conclusions

We have conducted numerical simulations of the drop spreading, using the thin film model under the lubrication approximation with the precursor

film for the boundary condition. The numerical result for the test problem is in an excellent agreement with the theoretical solution. The numerical solution converges to the theoretical solution by reducing the grid size and the thickness of the precursor film, which validates our numerical method. For the physical problem of the drop spreading, it is found that smaller film thickness yields larger values of the drop height, and the numerical results are sensitive to the thickness of the precursor film, unlike the result for the test problem.

5. Reference

Beaglehole D (1989) Profiles of the precursor of spreading drops of siloxane oil on glass, fused silica, and mica, *J. Phys. Chem.* 93: 893-899.

Bernis F (1992) *Nonlinear Diffusion Equations and their Equilibrium States, Vol. 3*, Springer-Verlag, Basel, p. 77.

Bernis F, Peletier LA, Williams SM (1992) Source type solutions of a fourth order nonlinear degenerate parabolic equation, *Nonlinear Analysis TMA* 18: 217-234.

Bertozzi A, Pugh M (1994) The lubrication approximation for thin viscous films: the moving contact line with a porous media cut-off of van der Waals interactions, *Nonlinearity* 7: 1535-1564.

Constantin P *et al.* (1993) Droplet breakup in a model of the Hele-Shaw cell, *Phys. Rev. E* 47: 4169-4181.

Dussan EB (1979) On the spreading of liquids on solid surfaces: Static and dynamic contact lines, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 11: 317-400.

Elliott CM, Garcke H (1996) On the Cahn-Hilliard equation with degenerate mobility, *SIAM J. Math. Anal.* 27: 404-423.

de Gennes PG (1985) Wetting: statics and dynamics, *Rev. Mod. Phys.* 57: 827-863.

de Gennes PG, Brochard-Wyart F, Quere D (2004) *Capillarity and Wetting Phenomena*, Springer.

Kondic L (2003) Instabilities in gravity driven flow of thin fluid films, *SIAM Rev.* 45: 95-115.

Radigan W *et al.* (1974) Kinetics of spreading of glass on fernico metal, *J. Colloid Interface Sci.* 49: 241-248.

Troian SM *et al.* (1989) Fingering instabilities of driven spreading films, *Europhys. Lett.* 10: 25-30.

World Cup 축구 대회 본선 경기 방식

이영훈 · 김순귀¹⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 정보통계학과

Format of FIFA World Cup final tournament

Young Hoon Lee and Soon-kwi Kim¹⁾

*Dept. of Information Statistics, Gangneung-Wonju National University,
Gangneung, 25457, Korea*

Abstract: The present format of FIFA World Cup final tournament in which 32 teams participate is examined. And the drawbacks of expansion to 48 teams in 2026 for the economic profit of FIFA are discussed.

요약: 32개국이 참가하는 현재의 'World Cup 축구 대회 본선' 경기 방식에 대해 살펴본다. 그리고 FIFA가 경제적 이익을 위하여 2026년 World Cup 축구 대회부터 본선 참가국 수를 48개국으로 확대하는 것의 문제점들을 논의한다.

Keywords: FIFA World Cup, league, tournament

1. 서론

국제 축구 경기 방식은 4개 팀(team)이 한 조가 되어 리그(league)전을 한 후에, 상위 팀들이 토너먼트(tournament)에 진출한다.

World Cup 축구 대회는 본선 참가국 수가 16개국이었다가, 1982년 스페인 대회 때부터 24개국으로 늘어났고, 1998년 프랑스 대회 때부터 32개국으로 확대되었다. 2026년 대회 때부터는 48개국으로 더 확대될 예정이다.

본 논문에서는 국제 축구 경기에서 4개 팀이 한 조가 되어 리그전을 한 후에 상위 팀들이 토너먼트에 진출하는 경기 방식을 택할 수 밖에 없는 이유를 살펴보고, FIFA

1) Corresponding Author. E-mail: skkim@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2277.

가 경제적 이익을 위하여 2026년 World Cup 축구 대회부터 본선 참가국 수를 48개국으로 확대하며 새롭게 계획하고 있는 본선 경기 방식에 대해 ‘승부 조작 위험성’을 비롯한 문제점들을 자세히 논의하려고 한다.

과거의 World Cup 축구 대회에 관한 내용들은 네이버캐스트 ‘월드컵대백과’를 참고했다.

2. 본선에 32개국이 참가하는 현재의 본선 경기 방식

32개국이 본선에 참가하는 현재의 World Cup 축구 대회를 기준으로 본선에서 치러야 할 게임의 수를 계산해 보자.

(1) 현재의 본선 경기 방식

4개 팀이 한 조가 되어 8개 조로 나뉘어서 조 별로 리그전을 한 다음에 각 조 1·2위 팀들이 16강 토너먼트에 진출하므로 결승전까지의 게임 수가

$$\text{조 별 리그전} : 8 \binom{4}{2} = 8 \cdot 6 = 48$$

$$16\text{강전} : 8$$

$$8\text{강전} : 4$$

$$4\text{강전} : 2$$

$$3\cdot4\text{위전} : 1$$

$$\text{결승전} : 1$$

이어서 모두 $48 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 = 64$ 게임이다. 2018년 러시아 대회는 6월 14일부터 7월 15일까지 32일 동안 64 게임을 치른다.

(2) 완전 리그 (full league) 방식

본선에 나온 32개 팀들의 실력을 제대로 평가하려면 32개 팀들 모두가 한 조로 되어 완전 리그전을 해서 각 팀이 본선에 함께 나온 31개 팀들과 한 번씩 대결해 봐야 한다.

그러나 완전 리그 방식은 사실상 불가능하다. 치러야 할 게임의 수가

$$\binom{32}{2} = 496$$

이므로 하루에 5 게임씩 해도 100일 걸린다. 또, 각 팀마다 31 게임을 치르려면 선수

들 체력에 엄청난 부담이 된다.

32일 동안 64 게임을 치르는 2018년 러시아 대회 일정표를 보면 조 별 리그전 기간에 하루 3 게임씩 한다. 예외인 날들이 일부 있지만.

(3) 완전 토너먼트 방식

첫 게임인 32강전에서 지면 바로 탈락이다. 힘든 과정을 거쳐 World Cup 축구 대회 본선에 나왔는데, 단 한 게임만 하고 귀국해야 한다.

실력 좋은 팀이 게임이 잘 안 풀려서 질 수도 있는데 “남아서 계속 게임을 하느냐”, “바로 귀국이냐”를 단 한 게임만으로 결정하는 것은 위험하다.

(4) 현재의 본선 경기 방식을 택할 수 밖에 없는 이유

4개 팀이 한 조가 되어 리그전을 하면, 한 게임을 쳐도 다른 두 게임에서 만회할 기회가 있고, 16강에 올라가지 못해도 3 게임은 하고 귀국하게 된다.

4강에 올라가는 팀들은 가장 많은 수의 게임을 하게 되는데, [조 별 리그전 3 게임], [16강전], [8강전], [4강전], [3·4위전 또는 결승전]을 치르게 되므로 모두 7 게임을 하고 대회를 마치게 된다.

4개 팀이 한 조가 되어 리그전을 한 후, 상위 팀들이 토너먼트에 진출하는 현재의 경기 방식은 완전 리그 방식과 완전 토너먼트 방식의 중간에서 적절히 타협한 방식이다.

3. 본선 참가국 수를 48개국으로 확대한 것의 문제점들

(1) 4개 팀이 한 조에 속해서 총 12개조인 경우

4개 팀이 한 조에 속해서 총 12개조로 나누면, 조 별 리그전 게임의 수는

$$12 \binom{4}{2} = 72$$

이다.

조 1·2위 24개국과 조 3위들 중 성적순 8개국이 32강 토너먼트에 진출하는 방식으로 하면 본선에서 총

$$72 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 = 104$$

게임을 치러야 한다. 한 달 남짓한 기간 동안에 치르기에는 게임 수가 너무 많다.

조 1위 12개국과 조 2위들 중 성적순 4개국이 16강 토너먼트에 진출하는 방식으

로 하면 본선에서 총

$$72 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 = 88$$

게임을 치러야 하는데, 역시 한 달 남짓한 기간 동안에 치르기에는 게임 수가 많은 느낌이 들고, 12개조 중에서 8개조는 1위 팀만 16강 토너먼트에 올라간다.

(2) FIFA가 계획하고 있는 본선 경기 방식

FIFA가 계획하고 있는 본선 경기 방식은 3개 팀이 한 조에 속해서 16개조가 각각 리그전을 한 다음에 상위 1·2위 팀들이 32강 토너먼트에 진출하는 것이다. 이 경우, 조 별 리그전 게임의 수가

$$16 \binom{3}{2} = 48$$

이므로, 본선에서 치러야 할 게임의 수는

$$48 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 = 80$$

이다. 본선에 32개국이 참가해서 총 $48 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 = 64$ 게임을 치르는 현재의 방식과 비교하면, 조 별 리그전 게임의 수는 48 게임으로 같고, 조 별 리그전과 16강 토너먼트 사이에 32강 토너먼트가 추가되어 16 게임을 더 하게 되는데, FIFA가 80 게임 정도는 한 달 남짓한 기간 동안에 치를 수 있다고 판단하는 것으로 보인다.

4강에 올라가는 팀들은 가장 많은 수의 게임을 하게 되는데, [조 별 리그전 2 게임], [32강전], [16강전], [8강전], [4강전], [3·4위전 또는 결승전]을 치르게 되므로, 현재 32개국이 참가하는 본선 경기 방식에서와 같이 7 게임을 하고 대회를 마치게 된다.

(3) FIFA가 계획하고 있는 본선 경기 방식의 ‘승부 조작 위험성’

1982년 제12회 스페인 월드컵 조 별 리그전 B조 마지막 게임에서 서독과 오스트리아가 담합하여 승부 조작으로 두 팀이 함께 2차 리그에 진출했다. 결국 FIFA는 이러한 전철을 되밟지 않기 위해, 4개 팀이 한 조에 속해서 벌이는 리그전에서 승부 조작이 일어나지 못하도록 $\binom{4}{2} = 6$ 게임 중 마지막 2 게임을 같은 시간에 진행시키는 새로운 규정을 도입해야 했다. 이 규정은 1986년 제13회 멕시코 대회부터 적용되어 지금까지 유지되고 있다.

그러나, 3개 팀이 한 조에 속해서 리그전을 하는 방식에서는 승부 조작을 막기 위해 $\binom{3}{2} = 3$ 게임 중 2 게임을 동시에 진행하는 것이 불가능하고 마지막 세 번째 게임

에서 승부 조작이 일어날 수 있다.

예를 들어 ‘갑’, ‘을’, ‘병’이 같은 조에 속해서 리그전을 하는데
첫 번째 게임에서 ‘갑’이 ‘을’에게 2 대 0으로 이기고
두 번째 게임에서 ‘을’이 ‘병’에게 1 대 0으로 이겼을 때
마지막 세 번째 게임에서 ‘병’과 ‘갑’이 담합해서 ‘병’이 ‘갑’에게 1 대 0으로 이기면
세 팀 모두 1승 1패로 승점이 같고, 골득실 차이가

$$\text{갑} : +2 - 1 = +1 \text{ (조 1위)}$$

$$\text{병} : -1 + 1 = 0 \text{ (조 2위)}$$

$$\text{을} : -2 + 1 = -1 \text{ (조 3위)}$$

이므로 담합한 ‘갑’과 ‘병’이 함께 32강 토너먼트에 진출하게 된다. 그러므로 마지막 세 번째 게임에서 전반전 시작 직후 ‘병’이 ‘갑’에게 한 골 넣고 양팀 선수들이 공을 이리저리 돌리며 90분이 지나가기만 기다리는 코메디 같은 게임을 하게 될 가능성이 높다.

3개 팀이 한 조에 속해서 16개조가 각각 리그전을 한 다음에 조 1위만 16강 토너먼트에 진출하는 것으로 하면 승부 조작을 막을 수 있지만, 이 경우 총 게임 수가 64 게임으로 현재 32개국에 참가하는 본선의 총 게임 수와 같다. 게임 수를 늘여서 중계 권료 수입을 더 많이 올리려는 FIFA에게 아무런 이익 없이 참가국 숫자만 1.5배로 늘어나 번거로워질 뿐이므로 FIFA가 채택하지 않을 것이다.

(4) FIFA가 계획하고 있는 본선 경기 방식의 또 다른 문제점들

힘든 과정을 거쳐 World Cup 축구 대회 본선에 나왔는데, 32강 토너먼트에 올라 가지 못하면 단 2 게임만 하고 귀국해야 한다.

실력 좋은 팀이 게임이 잘 안 풀려서 질 수도 있는데 “남아서 계속 게임을 하느냐”, “바로 귀국이냐”를 단 2 게임만으로 결정하는 위험이 있다. 실력 좋은 팀이 32강 토너먼트에 진출하지 못하고 탈락하는 이변이 생길 가능성이, 현재 32개국이 참가하는 본선 경기에서 실력 좋은 팀이 16강 토너먼트에 진출하지 못하고 탈락하는 이변이 생길 가능성보다 커진다.

4. 본선 참가 32개국을 유지하며 경기 수를 늘이는 방법

4개 팀이 한 조가 되어 8개 조로 나뉘어서 조 별로 리그전을 한 다음에, 각 조 1·2위 16개 팀을 다시 한 조에 4개 팀씩 묶어서 4개 조로 나누어 2차 리그전을 하고,

각 조 1·2위 팀들이 8강 토너먼트에 진출하는 것으로 하면, 2차 리그전 게임 수가 $4\binom{4}{2} = 24$ 이므로 16강 토너먼트의 8 게임보다 16 게임 더 많아진다. FIFA가 본선 참가국 수를 48개국으로 확대하며 새롭게 계획하고 있는 본선 경기 방식에서 현재보다 늘어나는 게임 수와 같다.

16강에 진출한 팀들의 실력을 평가하기 위해 2차 리그전을 하는 것이 단판 승부인 토너먼트보다 더 좋은 방법이다.

4강에 올라가는 팀들은 가장 많은 수의 게임을 하게 되는데, [조 별 리그전 3 게임], [2차 리그전 3 게임], [8강전], [4강전], [3·4위전 또는 결승전]을 치르게 되므로 모두 9 게임을 하고 대회를 마치게 된다. 현재의 본선 경기 방식보다 2 게임 더 하게 된다.

1950년 대회, 1974년 대회, 1978년 대회, 1982년 대회에서 2차 리그전이 있었다.

1950년 대회에서는 본선에 16개국이 나올 예정이었으나 13개국만 참가했다. A조 4 팀, B조 4 팀, C조 3 팀, D조 2 팀의 형평성 어긋난 조 별 리그전을 치른 후에, 4개 조 1위 팀들이 결선 리그전을 치러 1·2·3·4위를 결정했다.

1974년 대회, 1978년 대회에서는 본선에 나온 16개 팀을 4개 조로 구분하여 조 별 리그전을 치른 다음에, 각 조 1·2위 8개 팀이 다시 2개 조로 나뉘어 2차 리그전을 치렀다. 2차 리그전 이후에는 2개 조 1위 팀들이 결승전을, 2위 팀들이 3·4위전을 치렀으며 토너먼트 방식은 도입되지 않았다.

1982년 대회에서는 본선 출전국이 24개국으로 늘어남에 따라 변화가 일어났다. 16개 팀을 4개 조로 나누어 진행하던 조 별 리그가 24개 팀 6개 조로 확장됐고, 2차 리그전은 각 조 1·2위 12개 팀이 한 조에 3개 팀씩 4개 조를 구성하여 경기를 치렀다. 4개 조 1위 팀들만 준결승 토너먼트에 진출했으므로 3개 팀이 한 조가 되었을 때의 '승부 조작 위험'은 없었다.

5. 결론

국제 축구 경기에서 4개 팀이 한 조가 되어 리그전을 한 후 상위 팀들이 토너먼트에 진출하는 경기 방식을 택할 수 밖에 없는 이유를 살펴보고, FIFA가 경제적 이익을 위하여 2026년 World Cup 축구 대회부터 본선 참가국 수를 48개국으로 확대하는 것의 문제점들을 자세히 논의했다.

본고에서는 본선 참가국 수를 48개국으로 확대하지 말고 현재와 같이 32개국으로

유지하며 16강 토너먼트 대신 '2차 리그전'을 하자고 제안한다. 4강에 올라가는 팀들이 현재보다 2 게임 더 하게 되는 체력 부담이 있지만, '승부 조작'을 막고 본선 참가국이 늘어남으로 인한 대회 질 하락, 수준 저하를 피하면서 게임 수를 현재보다 16 게임 더 많게 해서 FIFA가 중계권료 수입을 더 많이 올릴 수 있는 방법이다.

6. 참고문헌

네이버캐스트 월드컵대백과

<http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=3569391&cid=58907&categoryId=58922>

국내 가계신용대출에 대한 예측

권기혁¹⁾ · 정동빈²⁾

¹⁾연세대학교 경제대학원

²⁾강릉원주대학교 자연과학대학 정보통계학과

Forecasting for a domestic credit loan from households

Ki-Hyuck Kweon¹⁾, Dong-Bin Jeong²⁾

¹⁾*Graduate School of Economics, Yonsei University, Seoul, 03722, Korea*

²⁾*Dept. of Information Statistics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung, 25457, Korea*

Abstract: A credit loan from households carries not only economic implications for country and for individuals, but it is a crucial factor influencing the social stability of its people. In this work, transfer function model is exploited to forecast a domestic credit loan from households (CLH), which is the extended version of the linear regression model with autoregressive errors treated on Jeong(2017). At this time, both mortgage loan (ML) and certificate of deposit(CD) can be considered as input variables. The complicated economic phenomenon can be explained and figured out by forecasting the credit loan from households.

요약: 국내가계부채는 소비자와 국가 경제에 심각한 영향을 미치며, 각 개인의 사회적 안정성에 영향을 미치는 중요한 요소이다. 본 논문은 정동빈(2017)에서 다룬 예측모형인 자기회귀오차를 갖는 선형회귀모형을 일반화한 소위 전이함수모형을 사용하여, 현재 경제상황에서 중요시 여기는 국내 가계부채를 예측하도록 한다. 이때 사용되는 독립변수로 주택담보대출과 CD금리를 고려하기로 한다. 가계신용대출을 예측함으로써 복잡하게 얽혀진 여러 경제현상을 설명 및 이해하는데 도움이 되길 바란다.

2) Corresponding Author. E-mail: dj@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2280.

이 논문은 강릉원주대학교 자연과학연구소의 지원을 받아 작성되었음.

Keywords : 가계신용대출, ARIMA모형, 전이함수모형

1. 서론

2008년 미국 발 subprime mortgage 위기 이후 침체된 국내 경기가 회복되면서 주택시장도 급격하게 성장하였으며 최근 들어 그 성장속도 또한 빨라지고 있다. 주택가격이 빠르게 증가하면서 주택담보대출의 금액도 함께 증가추세를 보이고 있으며 주택담보대출의 비중이 50% 이상을 차지하고 있는 가계부채 규모도 계속해서 증가하고 있다. 따라서 주택가격의 증가에 따른 주택담보대출 및 가계부채에 미치는 인과관계와 그 예측값을 분석 및 산출해 보려고 하였다.

주택시장이 활성화 되고 가격이 상승할 수 있었던 주된 원인은, 시장금리의 저금리 기조로 인하여 낮은 금리로 주택담보대출을 받아 재원을 마련하고 주택 매입을 할 수 있었다. 결론적으로 주택시장의 지속적인 공급 물량을 받아 낼 수 있는 수요를 대출을 통해서 이루어 낼 수 있었던 것이다. 또한 지속적으로 금리가 하락하는 저금리 상황에서 마땅한 투자처를 찾지 못한 투자자금이 주택시장으로 유입이 되면서 신규 주택시장을 중심으로 주택가격을 상승시키는 효과를 주었고 이로 인해 다시 투자수요를 부추기면서 주택가격의 상승에 일조하였다.

국내 주택시장가격에 큰 영향을 미치는 요인 중의 하나는 정부의 정책이다. 2014년 정부의 부동산 시장 정상화 대책에 따라 주택 분양시장에 대한 규제가 완화되었고 2008년 금융위기 이후 침체되었던 주택시장이 빠르게 회복될 수 있었다. 재개발 재건축시장과 수도권 신규분양 쪽으로 건설사들의 공급 물량이 증가하였고 분양시장은 투기화 양상을 보였지만 주택집단대출이라는 주택담보대출의 한 방법을 이용하여 유동성이 완만하게 공급 되었다. 집단대출은 주택수요 개인의 상황능력보다 분양사업자의 신용에 의해 대출 여부가 결정되었기 때문에 신규주택의 공급에 따른 유동성을 공급하기에는 부족함이 없었다. 또한 주택가격이 점차 회복되면서 주택가격상승에 대한 기대심리와 급격한 전세가격의 상승 압박에 따른 실수요자의 증가, 신규주택에 대한 선호 트렌드, 저금리 상황에서의 대체투자 부재현상 등 복합적인 요인이 작용하면서 가격상승 현상을 만들어 냈다.

이처럼 금융위기 이후 주택시장이 경제전반의 경기에 영향을 받는 이유는 금융위기 이후 주택시장의 구조가 변화했기 때문이다. 금융위기 이전에는 주택시장의 초과수요 상태로 건설사의 공급여력 및 택지확보 여부 등에 따라 결정되었기 때문에 영향이 크지 않았지만 금융위기로 미분양사태를 겪으면서 주택공급의 영향 보다는 전체적인 경제상황이 주택시장의 경기로 반영되는 것으로 변화하였고 주택시장 또한 주택담보대출의 비중 증가로 의존도가 높아진 상황에서 금리인상 등 거시경제적 요인에 의해 영향을 받을 수밖에 없는 상황이 되었다.

주택가격과 가계부채는 상관관계가 존재하며, 주택공급, 주택가격 변동은 주택담보대출 및 가계부채 변동의 원인으로 작용하고 있다. 앞서 언급한 것과 같이 주택 분양물량의 증가는 즉각적으로 집단 중도금 대출의 증가로 영향을 주고 분양물량의 증가는 또한 기존 주택가격과 임차 주택의 가격상승을 유발한다. 이는 가계부채 증가의 큰 요인이 되는 전세자금 및 주택자금 대출증가에 직간접적으로 영향을 미친다. 이어서 기존 주택 보유자는 주택가격의 상승에 따라 주택의 담보가치 상승으로 대출을 받을 수 있는 여력이 증가하고 이를 통해 추가대출을 실행하거나 주택가격 상승 기대심리에 주택금융을 활용하여 추가적인 주택 매입에 나서는 원인이 된다.

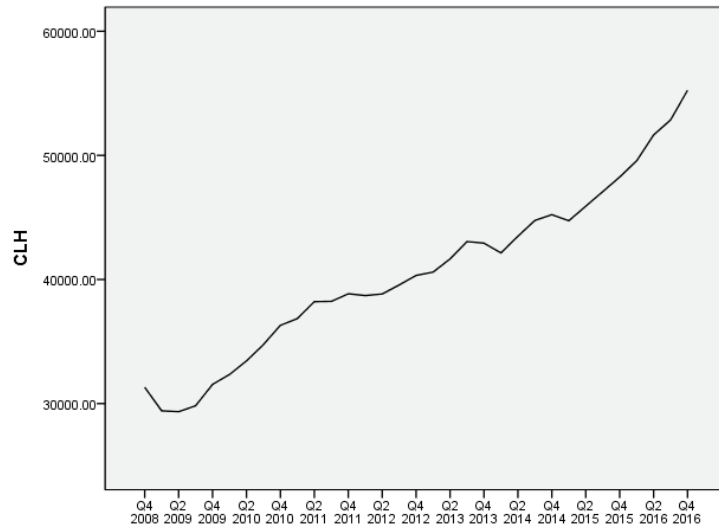
이와는 반대의 경우에도 상호 영향을 줄 수 있다. 주택담보대출의 증가로 인한 유동성 확보가 주택가격 상승에 영향을 줄 수 있다. 주택가격상승에 따른 투자 의성 증가하였고 저금리 기조 또한 수익성 개선에 도움을 주었다. 은행 및 주택담보대출 취급 금융기관은 여신영업 확대를 위해 경쟁적으로 담보대출을 증가시켰다. 은행은 주택담보대출의 경우 손쉽게 MBS 유동화 증권을 발행 하므로 다시 자금을 유동화 하는데 문제가 없었다. 하지만 2016년 4분기부터 상황은 바뀌었다. 미국의 금리 인상에 대한 부담과 시장 금리의 인상으로 은행의 주택담보대출 금리도 다시 올라가고 있고 정부규제로 인해 신규 주택담보대출의 원금상환이 의무화 되고 집단대출 또한 개인에 대한 평가가 엄격해졌다. 뿐만 아니라 은행이 집단대출의 취급 자체를 줄이면서 분양 시장은 급속히 냉각되었고 주택가격상승세도 멈추었다. 주택담보대출에 대한 규제와 금리 인상으로 향후 주택가격이 하락할 것이라는 전망이 나오고 있고 유동성 공급이 중단된 가계는 증가된 가계부채로 인해 또 다른 금융위기의 뇌관이 될 위험이 존재하고 있다.

본 연구에서 국내가계부채를 예측함으로써 변동금리대출의 금리위험 노출성 점검, 부동산정책 조정 및 주택담보정책을 비롯한 복잡하게 얽혀져 있는 거시경제의 동향을 어느 정도 설명하고 이해하는데 도움이 될 것으로 기대한다.

2장에서는 고려할 자료와 주택담보대출(mortgage loan, ML)과 양도성예금증서(certificate of deposit, CD)금리를 주요 설명변수로, 종속변수를 가계신용대출(credit loan from household, CLH)로 고려한 전이함수모형을 사용하여 가계신용대출에 대한 모형을 구축하여 예측값을 산출하기로 한다. 마지막으로 3장에서 결론을 내리고자 한다.

2. 연구결과

다음 주어진 [그림 1]은 2008년 4분기부터 2016년 4분기까지의 분기별 가계담보대출액을 시계열도표로 나타낸 것이다. 참고로 해당 데이터는 한국은행 경제통계시스템(ecos.bok.or.kr)에서 발췌하였다.



[그림 1] Time-plot of a credit loan from households

설명변수($X_{i,t}$)가 K 개이며 전이함수가 K 개 포함된 전이함수모형은 다음과 같이 표현할 수 있다(Nelson 1973, Kementa 1986, Granger et al 1986).

$$Y_t = C + \sum_{i=1}^K \frac{\omega_i(B) B^{b_i}}{\delta_i(B)} X_{i,t} + N_t \quad (1)$$

여기에서 잡음항(N_t)은 다음과 같이 ARIMA 프로세스로 표현된다.

$$N_t = \frac{\Theta_Q(B^s)\theta_q(B)}{\Phi_P(B^s)\phi_p(B)\nabla_s^D\nabla^d} \epsilon_t \quad (2)$$

여기에서 ϵ_t 는 백색잡음이다. 따라서 (1)식의 잡음항을 (2)식으로 대체시키면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$Y_t = C + \sum_{i=1}^K \frac{\omega_i(B) B^{b_i}}{\delta_i(B)} X_{i,t} + \frac{\Theta_Q(B^s)\theta_q(B)}{\Phi_P(B^s)\phi_p(B)\nabla_s^D\nabla^d} \epsilon_t \quad (3)$$

여기에서 C 는 상수항, B^b 는 무반응시간이며,

$$\omega(B) = \omega_0 + \omega_1 B + \omega_2 B^2 + \dots + \omega_h B^h$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$$

$$\begin{aligned}\Phi_p(B^s) &= (1 - \Phi_s B^s - \dots - \Phi_{P_s} B^{P_s}) \\ \nabla_s^D &= (1 - B^s)^D \\ \Theta_Q(B^s) &= (1 - \Theta_s B^s - \dots - \Theta_{Q_s} B^{Q_s}) \\ \nabla^d &= (1 - B)^d \\ \phi_p(B) &= (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \\ \theta_q(B) &= (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)\end{aligned}$$

이다.

(1) 피드백점검

전이함수모형에서 우선 피드백이 존재하는 지 여부를 확인하기 위해서, 설명변수인 주택담보대출(ML_t)과 CD금리(CD_t)에 대한 가계신용대출(CLH_t) 사이의 회귀방정식을 각각 적합시켜 이를 확인할 수 있다. 다시 말해서, 고려한 두 개의 회귀방정식에서 최대시차를 '15'로 한 계수를 확인하여 피드백을 확인할 수 있다. 참고로 주택담보대출(ML_t)과 가계신용대출(CLH_t)에 각각 자연로그를 취한다.

$$\begin{aligned}\ln(ML)_t &= c_1 + f_{1,1} \ln(ML)_{t-1} + \dots + f_{1,15} \ln(ML)_{t-15} + g_{1,1} CD_{t-1} + \dots + g_{1,15} CD_{t-15} \\ &\quad + h_{1,1} \ln(CLH)_{t-1} + \dots + h_{1,15} \ln(CLH)_{t-15} + \epsilon_{1,t}\end{aligned}\tag{4}$$

$$\begin{aligned}CD_t &= c_2 + f_{2,1} CD_{t-1} + \dots + f_{2,15} CD_{t-15} + g_{2,1} \ln(LCH)_{t-1} + \dots + g_{2,15} \ln(LCH)_{t-15} \\ &\quad + h_{2,1} \ln(CLH)_{t-1} + \dots + h_{2,15} \ln(CLH)_{t-15} + \epsilon_{2,t}\end{aligned}\tag{5}$$

여기에서, $f_{1,1}, \dots, f_{1,15}, f_{2,1}, \dots, f_{2,15}, g_{1,1}, \dots, g_{1,15}, g_{2,1}, \dots, g_{2,15}, h_{1,1}, \dots, h_{1,15}, h_{2,1}, \dots, h_{2,15}$ 는 추정계수이다.

(4)식과 (5)식에 주어진 $h_{1,1}, \dots, h_{1,15}, h_{2,1}, \dots, h_{2,15}$ 중 $h_{1,7}$ 에 대한 p값(=0.011)을 제외한 모든 p값이 유의수준 5%보다 훨씬 크기 때문에, CD금리 또는 주택담보대출로부터 가계신용대출방향으로 피드백이 존재하지 않음을 확인할 수 있다. 따라서 전이함수모형을 사용하는 것은 타당하다고 할 수 있다. 참고로 7개월 전방시점에서 유의성은 다소 먼 거리로 무시할 수 있을 것으로 사료된다.

(2) 전이함수모형의 식별, 추정 및 모형진단

본 논문에서는 전이함수모형인 (1)식에서 고려한 독립변수가 두개이기 때문에, 독립변수 ML_t, CD_t 에 대해 각각 전이함수요소 $(b_1, r_1, h_1), (b_2, r_2, h_2)$ 및 잡음항계열(N_t)에 대한 ARIMA모형으로 분리시켜 식별한다. 일반적으로 최대 ν 가중값의 시차는 '15'로 가정한다.

$$\ln(CLH)_t = C + \nu_1(B)\ln(ML)_t + \nu_2(B)CD_t + N_t, \tag{6}$$

$$\nu_1 = C + \nu_{1,0} \ln(ML)_t + \dots + \nu_{1,15} \ln(ML)_{t-15},$$

$$\nu_2 = C + \nu_{2,0} CD_t + \dots + \nu_{2,15} CD_{t-15}$$

여기에서, $\nu_i(B) = \frac{(\omega_{i,0} + \omega_{i,1}B + \dots + \omega_{i,h}B^h)B^b}{(1 - \delta_{i,1}B - \dots - \delta_{i,r}B^r)}$, $N_t = \frac{1}{(1 - \phi_1 B)}$ 이다.

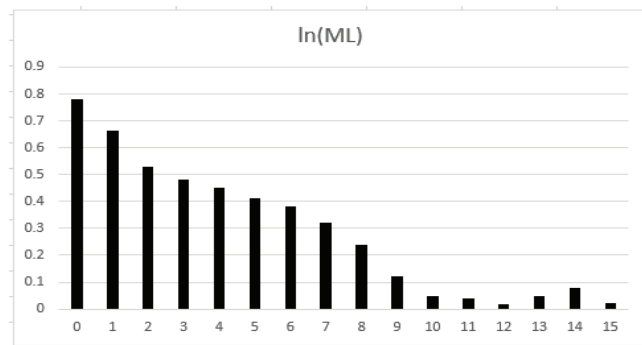
1) 잡음항(N_t)의 정상성 점검

독립변수와 종속변수 사이의 선형회귀모형을 적합시킨 후에 생성된 잔차 자기상관 함수(autocorrelation function, ACF)를 이용하여 평균의 정상성을 점검할 수 있다. 따라서 $\ln(MT)_t, \dots, \ln(MT)_{t-15}, CD_t, \dots, CD_{t-15}$ 을 $\ln(CLH)_t$ 에 회귀적합한 후 잔차 ACF를 계산한 결과, 다소 급격히 감소하는 패턴(0.070, -0.100, 0.073, -0.003, -0.290 등)이므로, 출력계열 뿐만 아니라 모든 입력계열에 대해서 비계절적 1차 차분은 불필요하다.

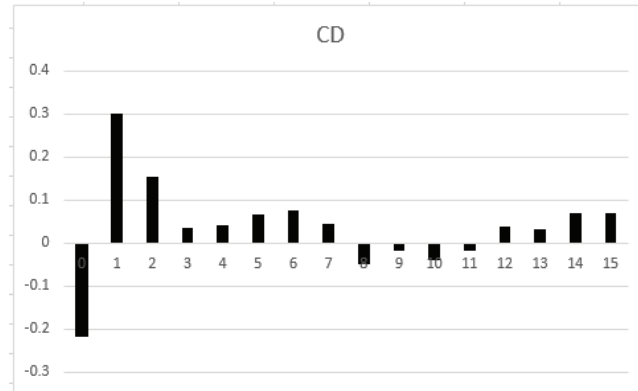
다음으로는 전이함수의 요소를 우선 식별한 후, 식별한 전이함수요소인 (b, r, h) 와 잡음항계열이 포함된 모형을 추정한 후, 생성된 잔차를 이용하여 잡음항계열을 식별하는 방법을 사용하여 전이함수모형에 적합하도록 한다.

2) 두 개의 선형전이함수요소 (b_1, r_1, h_1) 와 (b_2, r_2, h_2) 식별

우선 전이함수의 구성요소인 (b, r, h) 를 식별하기 위해서 (6)식에서 잡음항 계열을 제외한 30개의 추정값, 즉 변수 $\ln(MT)_t, CD_t$ 에 대한 각각 15개씩의 가중값들을 계산하여 추정된 ν 가중값 패턴과 일치하는 이론적 ν 가중값 패턴을 찾아 이에 연관된 전이함수를 임시모형으로 지정하도록 한다. 추정된 ν 가중값 패턴을 그래프로 표현하면 다음과 같다(그림 2와 그림 3 참고).



[그림 2] ν -weights for $\ln(ML)$



[그림 3] ν -weights for CD

앞 두 개의 가중값에 대한 그래프를 살펴보고 다음과 같이 판정할 수 있다.

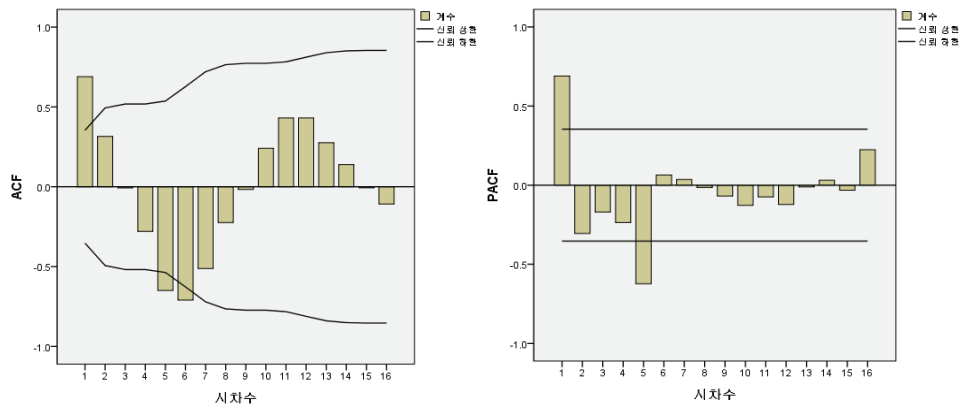
- b_1, b_2 식별 : $\ln(MT)_t, CD_t$ 모두 '시차 0'에 해당하는 추정계수가 매우 유의하기 때문에(p 값 <0.001), 무반응시간인 b_1, b_2 모두 '0'이 된다.

- r_1, r_2, h_1, h_2 식별 : [그림 2]에서 감소하는 패턴이 없고 오히려 '0'으로 절단형태이기 때문에 $r_1=0$ 이며, [그림 3]에서는 단순히 감소하는 형태이므로 $r_2=1$ 로 간주할 수 있다. 또한 [그림 2]에서 감소가 시작하는 ν_0 앞에 '0'이 아닌 가중값은 하나도 존재하지 않음을 발견할 수 있기 때문에 $u_1=0$ 이며, 따라서 $h_1 = u_1 + r_1 - 1 = 0$ 이다. 반면에 [그림 3]에서 다소 감소형태가 시작하는 ν_1 앞에 '0'이 아닌 유의한 가중값이 하나 있기 때문에 $u_2=1$ 이며, $h_2 = u_2 + r_2 - 1 = 0$ 이다.

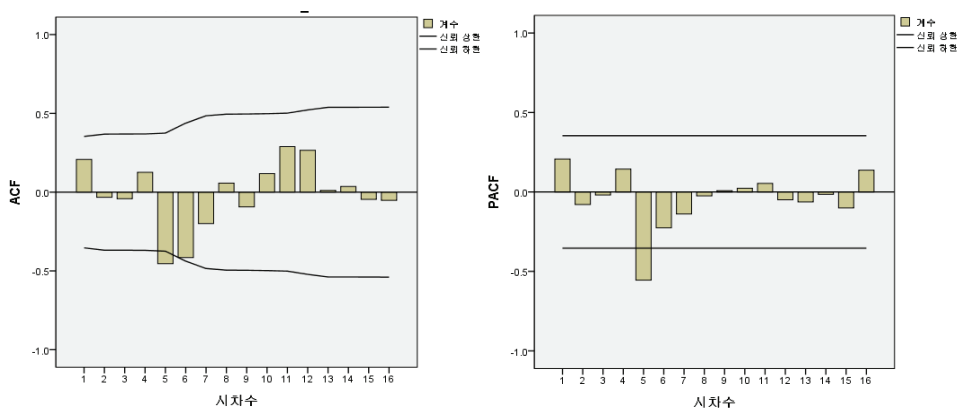
따라서, 입력변수 $\ln(ML)$ 에 대해 ($b_1=0, r_1=1, h_1=0$), 또 다른 입력변수 CD 에 대해 ($b_2=0, r_2=0, h_2=0$)을 고려할 수 있다.

(3) 전이함수모형 추정, 타당성 검진 및 예측(Montgomery et al, 1980; Bray, 1971; Schwart, 1978)

앞에서 살펴본 두 개의 전이함수요소를 각각 적합시킨 후 생성된 잔차 자기상관함수(ACF)와 잔차 편자기상관함수(partial autocorrelation function, PACF)에 고려하여 ARIMA모형을 식별할 수 있다. 우선 전이함수요소만을 모형에 적합시킨 후 생성된 아래 주어진 두 개의 잔차 상관함수를 고려하면, AR(1)요소 또는 MA(1)요소를 식별할 수 있다(그림 4 참고).



[그림 4] residual ACF and PACF after fitting tranfer function elements



[그림 5] residual ACF and PACF after fitting both tranfer function and AR(1) elements

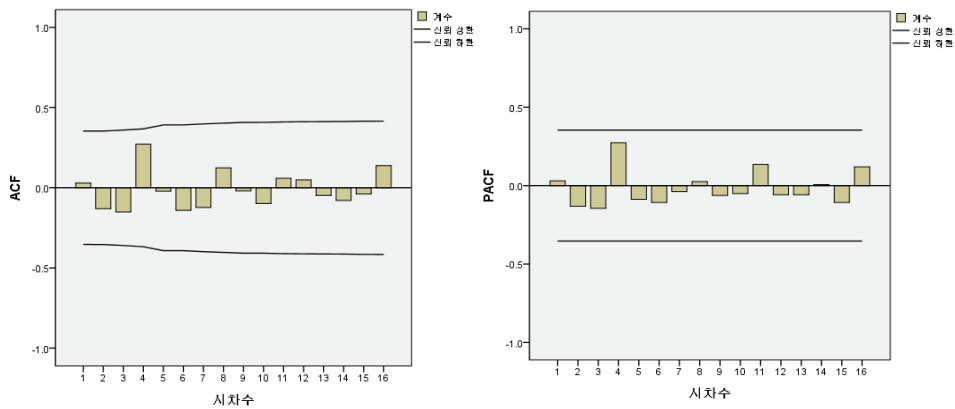
그리고, AR(1)요소를 전이함수요소와 결합시켜 적합시킨 후 생성된 두 개의 잔차 상관함수를 살펴보면, 잔차 PACF의 시차 5에서 두드러진 스파이크를 발생함을 발견할 수 있다(그림 5 참고). 물론 이런 판단은 절단형태에 우선시한다. 따라서, 이는 AR(I)요소에 AR(5)요소를 추가시켜야 함을 의미한다. 참고로 앞에서 식별한 MA(1)요소를 적합한 추정계수들은 유의하지 않아서 생략하였다.

이제 앞에서 고려한 두 변수에 대한 전이함수요소 (b,r,h)와 잡음항을 AR(5)요소를 설명하는 전이함수모형을 적합시키면, 아래 주어진 [표 1]과 같이 모든 추정계수들이 통계적으로 매우 유의하므로 정상성을 만족함을 알 수 있다.

[표 1] Optimal transfer function model fitting

				추정값	SE	t	유의확률
ln_CLH-모형_1	ln_CLH	변환 안 함	상수항	-5.341	.419	-12.753	.000
			AR 시차 1	.498	.106	4.698	.000
			시차 5	-.554	.088	-6.285	.000
	ln_LCH	변환 안 함	분자 시차 0	.399	.084	4.778	.000
			분모 시차 1	.675	.073	9.307	.000
	CD 금리	변환 안 함	분자 시차 0	.036	.006	6.099	.000

또한 [표 1]에 주어진 전이함수모형에 근거한 잔차 ACF와 잔차 PACF를 살펴본 결과, 모든 시차에서 잔차 상관계수가 신뢰한계선 밖으로 튀어나온 스파이크는 하나도 발견할 수 없기 때문에 백색잡음의 독립성이 보장되며, 고려한 모형이 타당하다고 만족된다고 판정할 수 있다(그림 6 참고). 추가로 [표 2]에서 살펴본 바와 같이, 모든 시차에 해당하는 Box-Ljung 통계량의 p값 모두 5% 수준보다 월등히 크기 때문에 백색잡음의 독립성을 강력히 보장함을 재확인할 수 있다.

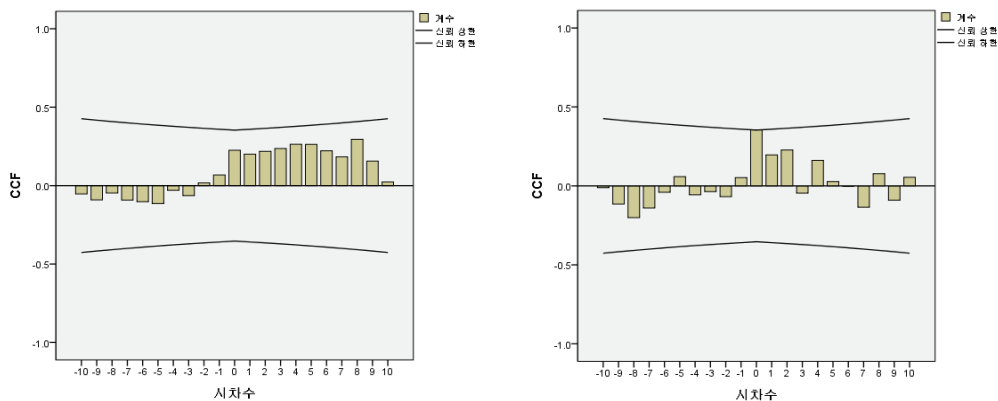


[그림 6] Residual ACF and PACF after fitting optimal transfer function model

[표 2] Box-Ljung statistics on optimal transfer function model

시차	자기상관	표준오차 ^a	Box-Ljung 통계량		
			값	자유도	유의확률 ^b
1	.031	.177	.033	1	.856
2	-.130	.177	.649	2	.723
3	-.151	.180	1.504	3	.681
4	.272	.184	4.383	4	.357
5	-.021	.196	4.400	5	.493
6	-.140	.196	5.223	6	.515
7	-.122	.199	5.876	7	.554
8	.124	.202	6.574	8	.583
9	-.019	.204	6.591	9	.680
10	-.098	.204	7.061	10	.720
11	.060	.205	7.245	11	.779
12	.049	.206	7.375	12	.832
13	-.047	.206	7.504	13	.874
14	-.079	.207	7.881	14	.895
15	-.039	.208	7.979	15	.925
16	.138	.208	9.277	16	.902

[표 1]에 근거한 전이함수모형을 최종모형으로 고려할 때, 추정된 전이함수들이 두 개의 입력변수(ln(ML), CD)가 출력변수(ln(CLH))의 반응을 적절하게 포착해주는지 여부를 확인하기 위하여 두 설명변수에 대한 교차상관함수를 각각 검진할 수 있다(그림 7 참고).



[그림 7] Cross correlation function for ln(ML) and CD

주택담보대출(ML)에 대해서는 전체적으로 모든 시차에서 잔차들이 신뢰한계선 내부에 위치하고, 특별히 유의한 패턴이 발견되지 않는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 주택담보대출의 전이함수가 가계신용대출(CLH)에 대한 반응을 적절히 포착하였으며, 주택담보대출에 대한 전이함수의 모형은 타당하다. 반면에 CD와의 교차상관함수에서 주목할 만한 것은 'Lag 0'에 해당하는 스파이크가 5% 수준의 경계선에 걸쳐있지만 이 스파이크가 유의한 정도는 고려할 사항은 아니라고 사료된다. 마찬가지로, CD의 전이함수가 가계신용대출에 대한 반응을 적절히 포착하였으며, CD에 대한 전이함수

의 모형은 타당하다고 판정할 수 있다.

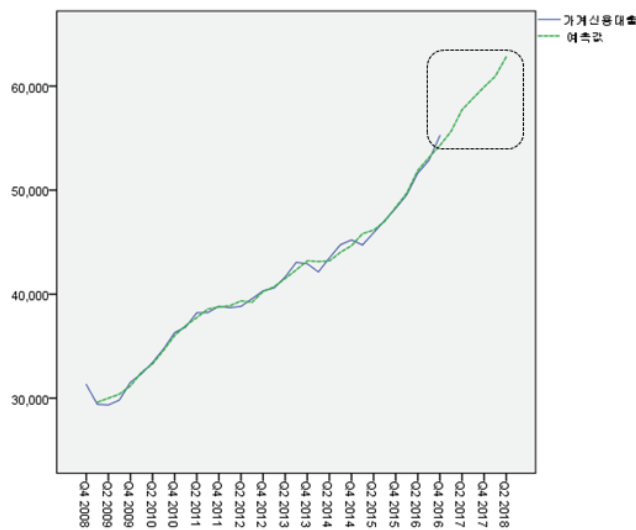
따라서, 최종적으로 구축한 전이함수모형은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ln(CLH)_t = -5.341 + \frac{0.399}{1-0.675B} \ln(ML)_t + 0.036 CD_t + N_t \quad (7)$$

여기에서, $N_t = \frac{1}{(1-0.498B+0.554B^5)} \epsilon_t$ 이며, ϵ_t 는 백색잡음항이다.

두 독립변수에 대해 추정된 ARIMA모형(각각 AR(1)모형과 임의보행모형 적합, 과정 생략)에 근거한 향후 6개 분기값을 예측하고, 예측값들을 향후 설명변수로 입력한 후 최종 전이함수모형식 (7)에 대입하면, 향후 6개 분기의 가계신용대출의 예측값을 산출할 수 있다.

가계신용대출 관측값들과 최종 전이함수모형에 근거하여 산출된 예측된 값(그림 14의 사각형 안의 점선 참고)을 시계열도표에 함께 표현하면, 가계신용대출이 지속적으로 증가할 것으로 기대할 수 있을 것이다.



[그림 14] Forecasts of CLH

3. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 가계신용대출 시계열자료에 대한 주요 예측방법으로 전이함수모형을 구축하여 향후 동향에 대해 예측하였다. 또한 CD금리 및 주택담보대출은 가계신용대출에 밀접한 영향을 주고 있으며, 가계신용대출의 증가폭이 국민 경제를 우려할 만큼 커가며 심각한 수준에 있음을 알 수 있다.

향후 가계 부채 증가에 따른 위기와 주택경기에 따른 주택금융 정책이 거시경제의 중요한 이슈로 부각될 것으로 판단되며, 더 나아가 국가에서는 서민경제의 안정화를 위해서 지속적으로 다각적인 금융정책과 일자리 창출 등 내수시장의 활성화에 힘써야 할 것으로 기대된다.

그러나, 본 논문에서 고려한 주요 설명변수 이외에 가계신용대출에 더 영향을 미치는 여러 변수들을 추가시켜 그 설명도를 높여야 할 것이며, 만일 가계신용대출이 그들과 피드백이 존재여부를 확인해야 할 것이다. 만일 고려하는 변수들 간에 피드백이 존재한다면, 거시경제학 측면에서 보다 효율적으로 적용할 수 있는 벡터자기회귀모형 및 패널 시계열분석 등을 활용하는 것도 의미가 있을 듯싶다.

끝으로 본 논문에서 다룬 가계신용대출 예측값은 단순히 전이함수모형에 근거하여 산출한 값에 지나지 않으며, 보다 신뢰성 있는 예측값으로 기대하기 위해서는 경제 전문가들과 함께 논의될 정성적 방법이 반드시 필요시 될 것이다.

4. 참고문헌

- Bray, J (1971) Dynamic equations for economic forecasting with the G.D.P. unemployment relation and growth of G.D.P. in the United Kingdom as an example. *Journal of the Royal Statistical Society A* 134: 167-209.
- Granger, CWJ and Newbold, P (1986) *Forecasting Economic time series* 2nd ed., San Diego: Academy Press.
- Jeong, DB (2017) Forecasting for a credit loan from households in South Korea. *International Journal of Industrial Distribution & Business* 8(4): 15-21.
- Kmenta, J (1986) *Elements of Econometrics*, 2nd ed., New York: Macmilan.
- Ljung, GM and Box, GEP (1978) On a Measure of Lack of fit in time Series Models. *Biometrika* 65: 297-303.
- Montgomery, DC and Weatherby, G (1980) Modeling and forecasting time series using transfer function and intervention model. *AIIE Transaction*: 289-307.
- Nelson, CR (1973) *Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting*, San Francisco: Holden-Day.
- Schwartz, G (1978) Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics* 6: 461-464.

물리 II 교육과정의 문제점 및 개선방안

고성호, 윤재선¹⁾

강릉원주대학교 자연과학대학 물리학과

Problems and Improvement Plan of Physical Education in Physics II

Seong-Ho Ko and Jae Sun Yoon¹⁾

*Dept. of Physics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung,
210-702, Korea*

Abstract: The physics II of the current curriculum includes the "micro-world and quantum phenomenon" which was not covered by the previous curriculum. This section belongs to modern physics. Students who study this have many difficulties due to excessive learning and learning content that does not fit in the classroom. The number of concepts and terms used in this section is largely numerous, and it is difficult to find a link between the contents without understanding the flow of content. Also, the formula related to quantum physics has become the subject of memorization because the process was omitted and only the result was presented. In contrast, there were only about 70 possible classes of lectures, whereas the total number of units in physics II was about 35, meaning that a learning quantity is too much. As an alternative to these problems, we proposed improved plans to reduce contents and to attach importance to the concept.

1) Corresponding Author. E-mail: jsyoon@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-2293.

이 논문은 강릉원주대학교 자연과학연구소의 지원을 받아 작성되었음.

요약: 현행 과학교육과정의 물리Ⅱ에는 이전 교육과정에서 다루지 않던 ‘미시세계와 양자현상’ 단원이 편성되어있다. 이 단원은 현대물리에 속한 내용들이다. 이를 공부하는 학생들은 수업시수에 맞지 않는 과도한 학습 분량과 학습내용 때문에 많은 어려움을 겪고 있다. 이 단원에 사용되고 있는 용어 및 개념의 수는 대체로 많은 편이며, 내용의 흐름을 이해하지 못하면 서로의 연관성을 찾기 힘들게 기술되어있다. 또한 양자물리와 관련된 수식은 그 과정은 생략되고 결과만 제시된 상태이어서 암기의 대상이 되어버렸다. 그리고 실제로 가능한 수업 횟수가 70회 정도인데 반하여 물리Ⅱ의 총 소단원은 35개나 되어 학습내용이 너무 과다한 것으로 조사되었다. 이러한 문제의 대안으로 내용을 축소하고 개념에 치중하는 개선방안을 제시하였다.

Keyword : 교육과정, 물리Ⅱ, 교육문제

1. 서론

가. (1) 연구의 목적 및 필요성

현재 고3 학생들을 주 대상으로 한 과학교과 선택과목 중 하나인 ‘물리Ⅱ’ 교과서는 2009개정 교육과정을 바탕으로 만들어졌다. 이 교육과정의 물리교과에서는 고전적인 물리내용만 다루지 않고 현대물리의 내용을 정성적으로나마 포함하고 있다. 그러나 물리교과의 전체 내용이 너무 광대하고 학습내용 또한 어렵게 구성되어있어서 문제가 많은 것으로 지적되고 있다. 특히 현대물리 분야의 내용은 학생들이 이해하기에는 매우 힘들다는 비판들이 있다. 이에 현대물리 내용을 교과에 포함하는 것에 대한 적절성을 알아볼 필요가 있겠다.

2009개정 교육과정의 과학 선택과목의 내용을 어려워하는 이유를 조사한 결과 ‘많은 내용의 암기’를 그 이유로 꼽은 학생의 비율이 물리Ⅰ에서는 10.9%로 나타났으나 물리Ⅱ에서는 19.8%로 2배가량 높게 나온 바가 있다(심재호 외 2명, 2015). 이와 같은 결과는 현대물리 단원이 학생들에게 생소한 내용이라는 점과 현대물리의 내용이 물리Ⅱ 내용의 1/4이라는 점을 고려하면, 현대물리 내용을 다루는 대단원 ‘미시세계와 양자현상’이 위의 연구결과에 충분한 기여를 했다고 추측할 수 있다. 물리는 어떠한 개념이나 현상을 수학적 도구를 사용해 논리적으로 이해할 수 있도록 해주는 교과이다. 그러나 내용 암기가 많아 어렵다는 반응이 크게 높아진 것은 학습자들이 내용 이해를 논리적으로 접근하지 못했다는 결과로 볼 수 있다. 따라서 이 ‘미시세계와 양자현상’ 단원의 배치는 적절성의 문제가 충분히 있음을 추측할 수 있다.

본 연구에서는 ‘미시세계와 양자현상’ 단원의 교재분석과 학교현장에서의 수업시수

상황 등을 고려하여 물리II에 포함된 현대물리 내용의 문제점에 대하여 판단해보고 이에 대한 대안과 개선방향을 제시하고자 한다.

나. (2) 2009개정 과학 교육과정의 주요 목적 및 성격

2009개정 과학 교육과정에서는 물리, 화학, 생명과학, 지구과학으로 나누어 분과적인 개념을 가르치는 것보다는 융합형 과학의 가치를 중요시하였다. 학생들의 흥미를 끌기 위해 어려운 내용을 제외하고 쉽고 재미있게 만드는 것보다는 어렵더라도 필요하다고 여겨지는 내용은 포함하고자 하였다. 현대 사회에서 자주 다뤄지는 첨단 과학적 이해나 결과 학습에 유익하다면 익숙하지 않은 용어 및 개념일지라도 도입하고자 하였다.

‘물리II’ 교과목은 자연과학이나 공학계열에 진학하는 학생들이 주 대상으로, 물리의 기본개념과 이론을 체계적으로 구성하려 하였다. 필요한 정량적 계산들은 충분히 도입하려 하였으며 학습한 내용을 첨단기술과 연계하려고 노력하였다(한국과학창의재단, 2011), (교육과학기술부, 2011).

2. 본론

가. (1) 연구방법

연구에 사용된 교과서는 2종으로, 교학사에서 출판된 교과서를 A, 천재교육에서 출판된 교과서를 B로 표기한다. 물리II를 선택하는 학생 수가 적은 관계로 출판된 교과서가 2종뿐임을 여기에 밝힌다. 각 교과서별로 단원명이나 구성방법, 설명방식 등에 약간의 차이가 있으나 교육과정에 맞추어 제작되었기 때문에 큰 틀에서는 유사하다. 본 교재연구에서는 교재별 비교를 하려는 목적이 아니기 때문에 교과서별로 나누어진 부분은 참고적으로만 보고 공통적인 부분을 주로 다룬다.

용어 및 개념은 학습자들에게 생소한 용어 및 개념이나 학습자들이 이전 과정에서 익혔어야 하는 것들, 그리고 학습자들이 배워야 할 것들을 나열한 것이다. 주요 용어 및 개념은 두 교과서 모두 대체로 비슷하여 OR의 방식으로 한 곳에 나열하였다. 용어 및 개념은 학습자들이 가지는 학습에 대한 부담과 연관되고 학습을 위해 필요한 지식의 수준을 어느 정도 파악이 가능하며 학습의 양을 대략적으로 확인할 수 있어 적절성을 판단하는 중요한 요소가 된다.

수식은 교재의 본문에서 주를 이루는 수식을 나열한 것으로, 수식의 길이 및 구조와 이전 수식과의 연관성, 새로운 수식의 양 등을 통하여 내용 이해의 어려움이나 적

절성 및 학습량 등을 가늠할 수 있다.

설명방법 및 과정은 두 교과서의 공통된 내용을 어떻게 설명하는지를 보여주는 부분으로, 교육과정에서 제시한 내용을 어떻게 구성하였는지를 확인하여 교육과정에 문제가 있는지 아니면 교과서 내용 구성의 문제가 있는지 알 수 있다.

(2) 대단원의 구성 (A / B)

1) 중단원1 : 물질의 이중성

- ① 흑체복사와 플랑크 양자설 / 플랑크의 양자설
- ② 광전효과와 광자이론 / 빛의 입자성
- ③ 드브로이의 물질파 이론 / 입자의 파동성, 전자현미경

2) 중단원2 : 양자물리

- ① 하이젠베르크의 불확정성 원리 / 불확정성 원리
- ② 슈뢰딩거 방정식
- ③ 원자구조 / 원자와 주기율표
- ④ 양자터널효과

(3) 소단원별 분석

1) 흑체복사와 플랑크 양자설 / 플랑크의 양자설

Table 1. Terms, concepts and equations of subsection 1 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	흑체, 흑체복사, 열역학 제2 법칙, 슈테판 · 볼츠만 법칙, 빈의 법칙, 에너지 균등 분배 이론, 레일리·진스 공식, 자외선 파탄, 플랑크 공식, 플랑크의 양자설, 양자화	
수식	2개	
	$E = \sigma T^4$ $\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$	

흑체와 흑체복사가 무엇인지를 설명하고, 흑체복사가 일어나는 이유를 열역학 제2 법칙이나 에너지 보존법칙과 연관하여 이해하도록 하였다. 흑체복사의 에너지와 온도의 관계를 설명하는 슈테판 · 볼츠만 법칙을 소개하고 예제를 제시하였다. 흑체복사 스펙트럼을 설명하는 빈의 법칙, 레일리 · 진스 공식을 그래프로 보여주고 실제 흑체

복사 스펙트럼과 비교하였다. 이후 플랑크가 모든 파장에서 흑체복사의 스펙트럼을 잘 만족하는 플랑크 공식을 언급하고 이를 만족하기 위해서는 열복사 에너지는 불연속적이어야 한다는 플랑크 양자설이 필요하다는 점을 통해 학습자에게 양자화의 개념과 필요성을 전달하였다.

2) 광전효과와 광자이론 / 빛의 입자성

Table 2, Terms, concepts and equations of subsection 2 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	광전효과, 음극선, 열전자, 광전자, 광전류, 한계진동수(문턱진동수), 정지전압, 광(양)자, 일함수, 콤프턴 효과, 특수상대성 이론, 콤프턴 이동 공식, 전자의 콤프턴 파장	
수식	9개 $\frac{1}{2}m_e v^2 = hf - W$ $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}, E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ $E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$ $\frac{hc}{\lambda_0} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda} + E$ $\frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda} \cos\theta + p_e \cos\phi$ $0 = \frac{h}{\lambda} \sin\theta - p_e \sin\phi$ $\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$ $\lambda = \frac{hc}{E}$	7개 $I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{Ne}{\Delta t}$ $E_{\max} = \frac{1}{2}mv^2 = eV_s$ $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ $E_{\max} = \frac{1}{2}m_e v^2 = hf - W = \frac{hc}{\lambda} - W$ $hf = hf' + \frac{1}{2}mv^2$ $\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos\theta + mv \cos\phi$ $0 = \frac{h}{\lambda} \sin\theta - mv \sin\phi$

광전효과의 개념을 설명한 뒤, 광전효과 실험 장치를 통해 광전효과에서 나타나는 현상을 한계진동수, 정지전압 등의 개념을 도입하여 설명하고 그래프를 통해 진동수나 빛의 세기에 따른 물리량의 변화를 시각적으로 보여주었다. 광전효과의 결과를 설명하기 위한 아인슈타인의 광자이론을 소개하여 빛의 입자성을 이해시키고 있다. 콤프턴 산란 실험을 2차원 탄성충돌을 이용하여 설명하고, 그 결과가 광양자설을 뒷받침하여 빛의 입자성에 대한 주장이 타당함을 전하고 있다.

3) 드브로이의 물질파 이론 / 입자의 파동성, 전자현미경

Table 3, Terms, concepts and equations of subsection 3 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	보어 원자 모형, 아원자, 태양계 모형, 정상 상태 가설, 진동수 가설, 양자 조건, 단순 조화 진동자, 보어 반지름, 뢰드베리 상수, 에너지 준위, 고전 양자 이론, 물질파 이론, 드브로이 파장, 정상파, 전자현미경, 가속전압, 분해능, 레일리 기준	
수식	10개	3개
	$2\pi(m_e v r) = nh$ $m_e \frac{v^2}{r} = k_e \frac{e^2}{r^2}$ $v = \sqrt{\frac{k_e e^2}{m_e r}}$ $r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k_e e^2 m_e} = n^2 r_B$ $E = \frac{1}{2} m_e v^2 - k_e \frac{e^2}{r} = - \frac{k_e e^2}{2r}$ $E_n = - \frac{k_e e^2}{2r_n} = - \frac{(k_e e^2)^2 m_e}{2\hbar^2 n^2}$ $E_1 = \frac{(k_e e^2)^2 m_e}{2\hbar^2} = k_e \frac{e^2}{2r_B} = - 13.6 eV$ $\Delta E = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = hf = \frac{hc}{\lambda}$ $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ $2\pi r = n \frac{h}{mv} = n\lambda$	$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ $2\pi r = n \frac{h}{mv} = n\lambda$ $2d \sin\theta = n\lambda$

파동이 입자의 성질을 가질 수 있는 것으로부터 입자도 파동성을 가질 수 있다는 드브로이의 물질파 이론을 설명하였다. 보어의 원자모형을 소개하면서 보어가 내세운 두 개의 가설 중 양자 조건이 드브로이 파장으로 표현이 가능하고 이것이 원자를 잘 설명하면서 물질파 이론이 타당함을 보여주었다. 물질파 이론이 데이비슨-거머의 실험으로 입증되었음을 언급하고 실험을 설명하였다. 전자현미경을 통해 물질파 이론이 응용되는 예를 들었다.

물질파 이론의 실제 예인 전자현미경 부분은 지나치게 세부적인 기기설명을 하거나 다루지 않은 개념 등을 추가로 소개하기도 하여 오히려 학습자에게 부담을 주고 있다.

4) 하이젠베르크의 불확정성 원리 / 불확정성 원리

Table 4, Terms, concepts and equations of subsection 4 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	불확정성 원리, 부정확도, 상대성 이론, 양자역학	
수식	2개	2개
	$\Delta x \Delta p \geq \hbar$ $\Delta E \Delta t \geq \hbar$	$\Delta x \Delta p \geq h$ $\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{D}$

위치와 운동량의 측정을 하는 과정에서 생기는 변화로 인해서 부정확하게 되는 것을 통하여 불확정성을 정성적으로 이해시키고 있다. 불확정성을 나타내는 식을 보여주고 플랑크 상수가 작은 양임을 알리면서 고전 물리에서는 큰 문제가 되지 않았다는 것을 설명하였다. 에너지와 시간, 각과 각운동량이 위치와 운동량처럼 불확정성의 관계를 가진다는 것을 추가적으로 언급하였다.

5) 슈뢰딩거 방정식

Table 5, Terms, concepts and equations of subsection 5 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	슈뢰딩거 방정식, 운동 방정식, 맥스웰 방정식, 파동 방정식, 파동 함수, 파수, 확률밀도함수, 무한 네모 우물, 대응 원리, 단진동, 에너지띠, 띠타름, 양자점	
수식	9개	10개
	$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$ $K = E - U(x) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ $\psi(x) = A \sin kx$ $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{\hbar}{p} = \frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar}$ $\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -Ak^2 \sin kx = -k^2\psi(x)$ $E_n = \frac{n^2\hbar^2}{8mL^2}$ $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{L}{2}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ $K = \frac{1}{2}mv^2 = E - U(x) = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2$ $E_n = (n + \frac{1}{2})hf$	$F_x = 0 = m \frac{d^2x}{dt^2}, F_y = mg = m \frac{d^2y}{dt^2}$ $x(t) = v_x t, y(t) = v_y t - \frac{1}{2}gt^2$ $i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V\psi$ $\psi(x, t) = \psi(x)e^{iEt/\hbar}$ $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V\psi = E\psi$ $E_n = \frac{n^2\hbar^2}{8mL^2}$ $n \frac{\lambda}{2} = L$ $E_n - E_m = hf$

물질파의 파동방정식을 전자기파를 기술하는 맥스웰 방정식과 연관 지어 설명하였다. 슈뢰딩거 방정식의 일반형 또는 시간비의존-슈뢰딩거 방정식을 제시하고 가장 간단한 예인 무한 네모 우물에서의 에너지나 확률 밀도 함수를 설명하여 고전물리와의 연결성이나 양자역학의 특징을 보여주었다.

슈뢰딩거 방정식을 정성적으로 이해시키기 위해 맥스웰 방정식을 이용한 유추적 방식으로 설명을 하였다. 그러나 맥스웰 방정식을 현행 교육과정에서 다루지 않기 때문에 이와 같은 접근법으로 이해시키는 것은 적절하지 못하다.

수학적 과정을 전부 무시하고 주요한 결과에 대한 설명만을 하여 학습자들이 내용을 제대로 이해하지 못하고 단순하게 암기해야 한다. 또한 수식에 갑작스러운 상수나 변수가 많이 등장하고 이에 대한 설명이 미흡하고 난해하다.

6) 원자구조 / 원자의 주기율표

Table 6, Terms, concepts and equations of subsection 6 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	주기율, 주양자수, 궤도양자수, 자기양자수, 궤도 함수(오비탈), 껍질, 버금껍질, 배타원리, 스핀양자수, 자기 쌍극자 모멘트, 페르미온, 보손, 짝 찬 상태, 훈트 규칙, 백색 왜성, 중성자별, 원자가띠, 전도띠, 페르미 에너지, 양공, 전도 전자, 알칼리 금속, 발광다이오드	
수식	2개 $U(r) = -k_e \frac{e^2}{r}$ $E_{(n,l,m)} = -\frac{13.6eV}{n^2}$	2개 $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ $E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6eV}{n^2}$

수소 원자를 슈뢰딩거 방정식으로 푸는 것이 ‘무한 네모 우물’의 문제를 푸는 것과 유사하다고 전하고 결과를 언급 한 뒤, 여러 양자수에 대해 언급하였다. 파울리의 배타 원리를 설명하고 스핀 양자수를 도입하였다. 각 양자수에 대한 조건을 제시하고 양자수에 따른 전자의 배열이나 표시방법을 통해 주기율과 관계가 있음을 보여주었다. 이 단원과 연결할 수 있는 예로 발광다이오드(LED)를 들고 이에 대해 설명하였다.

수소 원자를 슈뢰딩거 방정식으로 해결한 결과만 보여주고 양자수가 필요하다는 것만 언급하였다. 따라서 각 양자수가 어떤 의미를 가지는지, 왜 필요한지 학습자가 전혀 이해 할 수 없다. 양자수와 배타원리를 통해 전자배치나 표시방법, 주기율에 대한 정성적인 이해를 돕는 것은 가능하지만 그러기 위해서는 ‘화학 I’에서 다루는 전자배치나 주기율에 대한 지식이 있어야 한다. 그러나 모든 I, II 과목은 선택 과목이므로

화학을 선택하지 않은 경우 이 소단원의 내용을 이해하기 어려워지게 되어 바람직한 교재 구성으로 보기는 어렵다.

이 소단원과 기술·공학을 연결한 예인 발광다이오드는 학습한 내용과 연관성을 제대로 설명하지 못했고, 소단원 내용과 연결하기 위해서는 고체물리나 반도체에 대한 지식이 추가로 필요하다. 주 학습대상자인 고등학교 3학년에게는 이러한 내용을 잘 알지 못하기 때문에 어려운 내용이 되고, 이는 학습자의 부담을 증대시키는 예시이다.

7) 양자터널효과

Table 7, Terms, concepts and equations of subsection 7 of Chapter 4

	A	B
용어 및 개념	양자터널효과, 투과계수, 반사계수, 알파 붕괴, 알파 입자, 핵력, 주사투과현미경 (STM)	붕괴, 알파 입자, 핵력, 주사투과현미경
수식	없음	

양자터널효과와 투과계수, 반사계수에 대해 설명하였다. 양자터널효과를 이용하여 알파붕괴에 대하여 설명하였다. 양자터널효과를 사용하는 예인 주사투과현미경의 원리와 사용성을 보여주었다.

반사계수, 투과계수가 어떻게 나온 것인지 학습자가 알 수 없어 양자터널효과에 대해서 강제적으로 받아들이고 암기할 수밖에 없다.

(4) 용어 및 개념

용어 및 개념의 수를 보면 불확정성 원리와 양자 터널 효과 단원을 제외하고는 소단원 하나에 들어있는 양 치고는 너무 많은 것으로 판단된다. 정리한 모든 용어 및 개념을 학습자들이 깊게 이해하고 있을 필요는 없으나 주요한 용어나 개념을 이해하며 학습하기 위해서는 최소 3회 이상의 수업 횟수가 필요한 것으로 보인다.

대단원 ‘미시세계와 양자역학’의 내용흐름을 잘 모르는 상황이라고 가정하면, 용어 및 개념 각각의 연관성을 찾기가 쉽지 않다. 이는 다양한 분야 혹은 시점에서 나온 내용들을 압축하여 내용을 설명하려 하기 때문인 것으로 보인다. 이러한 문제점은 특히 중단원 ‘물질의 이중성’ 부분에서 두드러진다.

중단원 ‘양자물리’에서는 과정을 무시하고 결과만을 제시하면서, 등장하는 용어 및 개념을 독립된 내용으로 받아들이 수밖에 없다. 이는 학습자들이 익혀야 할 내용이 더욱 많은 것으로 인식하게 되고 암기 대상의 내용이 된다.

(5) 수식

수식의 양은 ‘광전효과’나 ‘슈뢰딩거 방정식’단원을 제외하면 많은 편은 아니다. 그러나 수식의 길이나 구조가 다른 대단원보다 복잡한 경우가 많고 익숙하지 않은 변수, 상수들이 많이 등장한다. 중단원 ‘양자물리’에서는 결론적인 수식만을 제시하다 보니 식이 의미하는 바를 이해하기 어려울 것이라 판단된다. 결국 학습자들은 각 수식마다 의미하는 바와 수식을 독립적으로 인식하고 암기하게 된다.

(6) 수업시수

‘물리Ⅱ’과목은 선택과목으로서 명시적으로는 위계가 없으나 사실상 ‘물리Ⅰ’을 선행적으로 학습해야하는 과목이다. 따라서 ‘물리Ⅱ’는 고3 학생들이 주 대상이 된다. ‘과학’을 제외한 과학 선택과목들은 각각 4~6단위의 수업시간을 갖는다. 1단위는 50분 수업을 17회 하는 것으로, 주 1회 수업을 한 학기 하는 것과 같다. 일반적으로 2단위의 수업은 주 1회의 수업으로 두 학기 편성한다.

학교 현장의 일정 등을 고려하면 실제 수업횟수는 14~15회 정도로 줄어들게 된다. 1단위가 15회라고 가정하면 6단위는 총 90회의 수업을 하는 것이다. ‘물리Ⅱ’의 소단원은 총 35개이다. 각 소단원을 대략 2.5회 이내에 마무리해야 학기말까지 모든 진도를 마칠 수 있다.

대부분의 고3 학생들은 대학수학능력시험을 치르게 되고, 그 일정은 11월 3째주 목요일이다 이 시험에서는 교과서의 전 범위가 포함되므로 학생들은 시험 전에 모든 내용을 배워야 한다. 학생들이 수업만으로 교육과정에서 요구하는 모든 내용을 이해하여 시험을 칠 능력이 된다고 하더라도 최소한 7~8주는 빠르게 수업을 마쳐야 한다. 즉, 최소 20회 이상 수업시간이 줄어들게 되어 각 소단원마다 2회의 수업시간 이내에 모든 내용을 해결해야 한다.

‘미시세계와 양자현상’ 단원은 실제 생활에서 접하기 어려운 추상적 내용이 많아 학습시간이 더 많이 필요하고 새롭게 이해해야할 용어나 개념이 많다. 소단원의 내용만 설명하더라도 2회의 수업 횟수보다 많은 시간이 필요할 것으로 판단된다. 내용설명 뿐 아니라 실험·탐구, 토론과 같은 것들 까지 다룬다면 교과 내용을 모두 마치는 것은 거의 불가능하다.

3. 결론

(1) 결과

‘미시세계와 양자현상’에 사용된 용어 및 개념은 대체적으로 많은 것으로 판단된다.

이전 과정에서는 등장하지 않았던 생소한 것들이 많이 등장하고 여러 부분에서 등장한 용어와 개념 등으로 필요한 배경지식이 많아지고 연관 짓기도 어려웠다. 중단원 ‘양자물리’에서는 과정적인 측면이 부족하여 제대로 된 용어 및 개념이해가 어려워 암기를 할 수 밖에 없는 문제가 있었다.

학습자들의 수학적 능력과 학습량 등을 고려해 수식의 양을 줄이고 결론 위주의 내용만을 제시하여 학습자들이 내용을 이해하기보다는 암기위주의 지식이 될 수밖에 없다. 또한 정성적으로 가르치기 위해 도입한 개념이나 예시가 학습자들이 모를 수도 있는 내용이 포함되어 오히려 학습의 부담감만 높이는 문제를 야기 시킨다.

대단원 ‘미시세계와 양자현상’은 현대물리에 대한 기초 소양을 가르치기 위해 편성된 단원이다. 그러나 주 학습대상이 입시를 앞둔 고등학교 3학년이라는 특성으로 인해 수업횟수가 부족하여 진도만 나가기도 시간이 부족한 것으로 판단된다. 정상적인 수업 운영을 한다면 실험 및 탐구나 토론 등의 과정을 전부 무시하고 내용만 설명한다고 해도 소단원당 3회 이상의 수업 횟수가 필요하여 교과서의 내용은 과도하다고 볼 수 있다.

(2) 개선방안

물리과목에서 고전적인 내용만 다루는 것보다는 현대적인 내용을 가르칠 필요가 있다는 취지는 이해할 수 있다. 그러나 학습량과 필요한 배경지식, 수학적 능력, 수업시수 등을 고려해보면 현재의 교육과정 및 교과서의 내용은 적절하지 못하다고 판단된다. 소단원별로 개선방안은 다음과 같다.

소단원 ‘흑체복사와 플랑크 양자설의 주목적은 에너지가 양자화 될 수 있음을 정성적으로 이해시키는 것이다. 흑체복사에 대해 설명하는 이론 중 하나인 슈테판-볼츠만 법칙은 교과서에서 플랑크의 양자설과 어떠한 연관성도 보여주지 않았다. 따라서 이 부분을 제외하고 빈의 공식, 레일리-진스 공식, 플랑크 공식에 약간의 추가 설명을 하는 방법이 좋겠다.

소단원 ‘광전효과와 광자이론’의 주목적은 빛이 입자성을 가질 수 있음을 전하는 것이다. 빛의 입자성을 주장하는 광자이론을 뒷받침 하는 실험인 콤프턴 효과는 단순하게 실험적으로 증명한 예시로만 언급하여야겠다.

소단원 ‘드브로이의 물질파 이론’의 주목적은 입자의 파동성을 이해시키는 것이다. 그러나 빛의 입자성은 광전효과라는 구체적 현상을 통해 이해가 가능하지만, 입자의 파동성은 그렇지 못하여 데이비슨-거머 실험에 대해 구체적으로 설명하는 것이 바람직하다고 판단된다. 전자현미경의 경우는 그 원리를 물질파 이론과 연결 지어 간단하

게 설명함으로써 학습량을 줄일 수 있다.

불확정성 원리는 현재의 상태로도 큰 문제는 없다고 판단되므로 이전 단원과의 연계가 가능하다면 유지하는 것이 좋겠다. 가장 문제가 되는 부분은 ‘슈뢰딩거 방정식’과 그 뒤의 내용이다. 이 부분은 학생들의 이해가 거의 불가능하여 암기위주의 내용이 되었기 때문에 교과 구성에서 제외 하는 것이 바람직하다.

위 개선방안의 예시는 수업횟수 대비 지나친 학습량을 조정하고 내용의 흐름을 유지하여 학습자에게 좀 더 쉽게 이해할 수 있는 방향으로 제시하였다. 이 정도의 변화만으로도 수업시간을 줄일 수 있어서, 학생들이 기대치에 도달하기 용이하며 심리적인 부담도 감소시킬 것으로 기대한다.

(3) 맺음

물리Ⅱ 교과 내용을 검토한 결과 학생들의 일정과 교육 수준으로 볼 때 현대물리 분야인 ‘미시세계와 양자현상’ 단원은 교재에서 제외하는 것이 타당하다고 보인다. 다만 융합과학을 중시하는 현 교육과정의 목적과 방향을 볼 때, 학습량을 좀 더 줄여주고 학습자의 높이에 맞게 이 단원을 조정하는 안을 만들어 보았다. 앞으로 교육과정 개편 시 이 의견이 참고 되었으면 하는 바람이다.

4. 참고문헌

곽성일 외 7명 (2011) 고등학교 물리Ⅱ / 천재교육.

김영민 외 7명 (2011) 고등학교 물리Ⅱ / 교학사.

심재호, 박현주, 이준기 (2015) 2009개정 과학과 교육과정의 과학 선택 과목에 대한 고등학생의 인식 조사 / Jour. Sci. Edu, Vol. 39, No. 2, 133-150.

(2011) 2009개정 교육과정에 따른 과학과 교육과정연구 / 한국과학창의재단.

(2011) 과학과 교육과정 / 교육과학기술부 / 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책9].

저자 안내 (Author Guides):

논문투고규정, 원고 작성 기준, 원고 표준 양식

[1] 자연과학논문집의 투고규정

1. 투고자격:

- 1) 본 연구소 연구원이 주-저자 또는 공동 저자인 경우로 제한함을 원칙으로 한다. 그러나 초청 논문의 경우 또는 기타 필요에 따라 편집위원회의 의결을 거쳐 별도로 투고자격을 부여할 수 있다.
- 2) 본 연구소의 각 연구원은 자신이 주-저자인 논문은 각 호당 1편까지만 투고할 수 있으며, 공동 저자로 참여하는 논문을 1편까지만 더 (공동저자로만 참여하는 경우에는 2편까지) 투고할 수 있다. 즉 각 호당 총 2편까지 투고 가능하다.
- 3) 본 연구소 연구원이 저자로 참여하지 않은 경우에도, 본 연구소 연구원 2인 이상이 본 논문집의 성격에 부합하는 논문이라고 추천하는 경우에는 투고할 수 있다.

2. 논문원고: 다른 학술잡지에 발표되지 않는 연구논문(article), 총설(review), 속보(Communication)와 단문(note)을 포함한다.

3. 논문제출 및 접수일: 편집위원회에서 정한 기일까지 논문원고를 전자우편으로 편집위원장에게 제출한다. 논문이 도착된 날짜를 접수일로 한다.

4. 논문양식

- 1) 원고의 작성은 컴퓨터를 이용한 워드프로세서(HWP와 MS-WORD)를 이용하여 한글 또는 영문으로 작성하며, 편집위원회에서 정한 표준 형식(Template)을 사용하여야 하며, 논문집이 인쇄되었을 때의 형태 그대로 원고를 작성하여 투고하여야 한다. 즉 모든 표와 그림은 투고한 내용 그대로 직접 출판할 수 있도록 원고의 본문 안에 배치하며 표와 그림의 설명문(Caption)도 적합한 위치에 포함시켜야 원고를 작성하여야 한다.
- 2) 논문형식에서 한글(영문)제목, 한글(영문) 저자명과 소속, 한글(영문) 요약문(Abstract), Keywords, 본문(서론, 본론, 결론, 등), 사사(Acknowledgement), 참고문헌(References) 등의 순서와 세부 양식은 편집위원회에서 통일시킨 양식‘논문작성기준’ 및 ‘표준형식(Template)’을 따른다.
- 3) 논문은 흑백 인쇄를 원칙으로 하며, 원색판(Color) 사용 시에는 추가되는 비용은 저자가 부담하여야 한다.

5. 심사:

- 1) 투고자는 적합한 심사자를 1인 또는 2인까지 추천할 수 있으며, 필요하다면 심사자에서 제외하여야 하는 사람을 명시할 수 있다. 그러나 심사자의 최종 선택은 편집위원회에서 정한다.

- 2) 투고된 원고는 편집위원회에서 정하는 과정에 따라 **2인 이상의 심사**를 거친다.
 - 3) 심사자는 심사의뢰를 받은 후 3일 이내에 심사할지 여부를 통보하여야 하며, 심사기간은 2주일을 원칙으로 한다. 심사기간이 더 필요한 경우에 그 사유를 편집위원장에게 미리 통보하면 1주일 더 연장할 수 있다.
 - 4) 심사자에 의한 교정/정정/개정 요구가 있는 경우, 주-저자는 이를 통보받은 후 1주 안에 이에 대하여 답하여야 함을 원칙으로 한다. 기간이 더 필요한 경우에는 편집위원장의 승인을 받아 1주일 더 연장할 수 있다. 심사자에 의한 교정/정정/개정 요구에 대한 저자의 적합한 대응이 없으면 논문 게재가 거부될 수 있다.
 - 5) **게재 원고는 반환하지 않음**을 원칙으로 한다.
 - 6) 심사 과정을 거쳐 채택된 후, 교정쇄(Galley Proof)의 교정은 인쇄상의 오류에 대한 것만 인정되며, 그 이상의 교정은 편집위원회의 승인을 거쳐야 한다. 교정쇄를 전달받은 저자는 이를 4일 안에 회신하여야 하며, 회신이 없는 경우 교정 내용이 없는 것으로 처리한다.
6. **게재순서**는 총설(Review)들을 앞에, 일반연구논문(Article)들을 뒤에 배치하되, 각 종류 안에서는 투고된 논문이 접수된 날짜순으로 한다.
7. **별쇄본**: 별쇄본은 **제공하지 않으며**, 최종 pdf 파일을 제공하는 것으로 대신한다.
8. **기타** : 본 규정에 없는 사항은 편집위원회에서 결정한다.

[2] 자연과학논문집의 원고 작성 기준

1. 규격 및 순서

- 1) 원고는 한글2007 이상 또는 MS word를 사용하여 국문(국한문혼용) 또는 영문으로 작성하며 논문 투고는 전자우편으로 제출한다. 원고는 A4용지(21×30cm) 규격에서 위쪽은 35 mm(여백 25와 머리말 15), 아래쪽은 30 mm(여백 15와 꼬리말 15)씩, 제본 여백은 0 mm, 좌우 여백은 30 mm로 하여 작성한다. 글자모양은 함초롱바탕, 줄 간격은 180%, 글자크기는 다음 수치로 표시된 폰트로 한다. (논문제목-16, 저자명-13, 소속학과명-11, 서론, 본론, 결론 및 토의 등 주 절의 제목은 13포인트 굵은 글씨체, 그리고 나머지 모든 글씨들은 11포인트로 함을 원칙으로 한다.)
- 2) 본문이 한글인 경우 한글제목, 한글 저자명과 소속, 영문제목, 영문 저자명과 소속, 영문요약문(Abstract), 한글요약문, Keywords, 본문(서론, 본론, 결론, 등), 사사표시(Acknowledgement), 참고문헌(References)의 순으로 함을 원칙으로 한다. 본문이 영문인 경우에는 영문제목, 영문 저자명과 소속, 한글제목, 한글 저자명과 소속, 한글요약문, 영문요약문(Abstract), Keywords, 본문(서론, 본론, 결론, 등), Acknowledgement, References의 순으로 한다. 저자의 소속기관(주소포함)은 저자명 밑에 표기한다. 공동저자의 소속기관이 다를 때는 해당 저자명 오른쪽에 ¹⁾, ²⁾를 하고 따로 따로 표기하며 저자명은 full name으로 하되 family name을 뒤로 한다.
- 3) 주-저자(Corresponding Author)의 이름에 위첨자로 *표시를 하고, E-mail 주소와 전화 번호는 제1면의 하단에 줄을 긋고 표기한다. 표준양식(Template) 참조.
- 4) ABSTRACT는 300단어 이내의 분량으로 하며, 논문을 대표하는 주요단어(Keyword) 5개 이내를 (영문 또는 국문으로) ABSTRACT 하단에 (본문 시작 앞에) 표기한다.
- 5) 본문의 내용을 구분할 때에는 소제목을 부여하며 1., (1), 1), ①, 순으로 표기함을 원칙으로 한다. (표준 양식(Template)를 참고.)

2. 표·그림·사진

- 1) 표, 그림 및 사진의 제목(Caption)과 설명은 영문으로 기술하되, 본문을 참조하지 않아도 내용을 알 수 있도록 명확하면서도 간결하게 작성한다. 순서 번호는 1, 2, 3의 아라비아 숫자로 표기함을 원칙으로 한다.
- 2) 표, 그림 및 사진은 위의 '규격 및 순서'의 1)항에서 설명한 규격 안에서 가로로 표시되도록 크기를 조정하여 작성하여야 하며, 투고한 내용 그대로 직접 출판할 수 있도록 원고의 본문 안에 배치하여야 한다.
- 3) 표의 제목은 상단에 표기하고, 그림 및 사진의 제목은 하단에 표기하며, 제목의 첫머리 글자는 대문자로 하고 끝에는 마침표(.)를 찍는다.

3. 참고문헌

- 1) 참고문헌을 본문에서 표시할 때는 괄호 안에 제1-저자의 성(Family Name)과 연도를 적어 표시한다. 예: (Shon *et al.* 2010)
- 2) 본문 뒤(사사 표시 뒤)에 인용문헌들을 모아서 표기하는 부분에는 저자명을 알파벳순으로 열거하며 잡지는 저자명, 연도, 제목, 학술지명, 권(호) 및 쪽수로, 단행본은 저자명(또는

역자명), 연도, *저서명*, 출판서명, 출판처, 면수로 한다. 단일 단어로 된 잡지명을 제외하고는 약어로 표기한다. *학술지명과 저서명은 이탤릭체*로 표기한다.

① 잡지에 실린 논문의 경우: Author AB, Author CD (2005) Title of article. *Plant Mol Biol* 50:100-110.

② 책에 실린 논문의 경우

Author AB, Author CD (2005) Title of article. In: Author EF, Author GH, (eds),

Title of Books, Ed2, Vol3, Publisher, City, pp 15-30.

③ 학위논문 또는 단행본 전체를 이용할 경우

Author AB, Author CD (2005) Title of thesis. University, City

2) 동일저자의 문헌이 2번 이상 반복될 때는 연차순으로 표기하며 동일저자의 동년 발행논문은 연도 다음에 a, b, c로 표시하여 구분한다.

3) 본문중의 문헌인용은 다음과 같이 표기한다.

①1인 저자의 경우 : Cho(1990) 또는 (Cho, 1990)

②2인 저자의 경우 : Park & Lee(1991) 또는 (Park & Lee, 1991)

③3인 이상 저자의 경우 : Kim et al. (1995) 또는 (Kim et al., 1995)

※ 기타 위에 언급되지 않은 사항에 대해서는 가장 최근 발간된 본 논문집의 영문 및 국문본문을 참고하여 작성한다.

[3] 원고 표준 양식(Template)

논문집 '자연과학'에 투고할 원고의 표준 양식

김OP^{1)*} • 이ST¹⁾ • 박XY²⁾

¹⁾강릉원주대학교 자연과학대학 물리학과, ²⁾한국 대학교 자연과학과

Template of Manuscripts for the Journal of Natural Science, GWNNU

Ooo-Ppp Kim^{1)*}, Sss-Ttt Lee¹⁾ and Xxx-Yyy Park²⁾

¹⁾*Dept. of Physics, Gangneung-Wonju National University, Gangneung, 210-702, Korea*

²⁾*Dept. of Natural Science, Hankuk University, Seoul, 100-100, Korea*

Abstract: It is the template of manuscripts for 'The Journal of Natural Science, GWNNU.' This template is a version determined at the end of 2012.

요약: 이것은 자연과학연구소에서 이번 2012년 후반기에 복간하게 되는 논문집인 '자연과학'에 투고되는 원고들에 대한 표준양식이다. 이 표준 양식은 2012년 말에 정해진 것이다.

Keywords: 자연과학, GWNNU, 표준양식, Template,

1. 서론

2002년부터 국내의 7개 지역대학들이 연합하여 발간해 오던 '자연자원연구논문집 (Journal of Basic and Life Resources Science)'이 2010년 12월의 마지막 발간을 끝으로 폐간된 후, 우리 연구소 자체의 논문집을 발행할 것인지에 대한 논의가 지난

* Corresponding Author. E-mail: opkim@gwnu.ac.kr, Tel: +82-33-640-1234.

2011년부터 지속되어 왔다(Kim & Park, 2011). 자체 논문집 발간의 의미와 목적에 대한 회의가 적지 않으며, 그 필요성에 대한 논란이 분분하였다. 적극 추진하는 의견이 그다지 강한 것은 아니지만, 자체 논문집 발간을 희망하는 분위기가 전혀 없는 것은 아니며, 또한 연구소 존립의 명분에 관련된 사항이라는 의견도 있다. 지난 2012년 9월에 개최된 3차 운영위원회에서는 일단 논문집 발간을 추진하기로 최종 결정하였다(Choi *et al.*, 2012).

2. 이론 배경과 연구 방법

(1) 경과보고

강릉원주대학교의 자연과학연구소(이하 ‘본 연구소’)는 1985년 3월 설립되었고 1990년 3월 법정연구소로 전환되었다(Lee & Jeung, 1990; Kwon *et al.*, 2001). 본 연구소에서는 1985년부터 2001년까지 자연과학 분야 학술논문지로서 “自然科學”지를 매년 2회씩 발간해왔다. 그러나 2002년부터 전국 7개 국공립대학이 연합하여 공동학술지인 “자연&자원연구”지를 발간함에 따라 본 연구소에서 발행해오던 “自然科學”지는 2001년 6월에 17권 1호(통권 31호)로 종간하고 자연과학 연구소의 편집위원회는 해산되었다(Yoon, 2002; Author-1, 2004).

(2) 재 발간 계획

자연자원연구논문집이 2010년 12월 발간을 끝으로 종간함에 따라, 그에 따른 후속 조치에 대하여 2011년 여름부터 여러 방향으로 논의를 계속하였다. 그 결과, 2001년 6월에 제17권 제1호(통권 제31호)를 끝으로 종간하였던 논문집 “自然科學”을 복간하는 개념으로 2012년 후반기에 제18권 제1호(통권 제32호)부터 재발행을 시작하기로 결정하였다(Baeck, 2012). 전반기와 후반기로 나누어 년 2회씩 발행함을 원칙으로 하지만, 전반기에 접수된 원고의 편수가 기준 편수에 미달한 경우, 발행을 생략하고 다음 후반기에 합하여 발행할 계획이다. 기준 편수는 운영위원회(편집위원회)에서 따로 정한다. 그러나 편수에 무관하게 1년에 최소 한번은 발행할 예정이다.

3. 실험 결과 및 토의

(1) 투고자격

본 연구소 연구원이 주-저자 또는 공동 저자인 경우로 제한함을 원칙으로 한다. 그

러나 초청 논문의 경우 또는 기타 필요에 따라 편집위원회의 의결을 거쳐 자격을 부여할 수 있다. 본 연구소의 각 연구원은 자신이 주-저자인 논문은 각 호당 1편까지만 투고할 수 있으며, 공동 저자로 참여하는 논문을 1편까지만 더 투고할 수 있다. 즉 각 호당 총 2편까지 투고 가능하다. 또한 외부 연구자의 투고 가능성을 열어주기 위하여, 본 연구소 연구원이 저자로 참여하지 않은 경우에도, 본 연구소 연구원 2인 이상이 본 논문집의 성격에 부합하는 논문이라고 추천하는 경우에는 투고할 수 있도록 정하였다.

(2) 원고의 종류와 접수 및 양식

다른 학술잡지에 발표되지 않는 연구논문(Article)과 총설(Review)로 제한하고, 속보(Communication)와 단문(Note)은 접수하지 않는다. 편집위원회에서 정한 기일까지 논문원고를 전자우편으로 편집위원장에게 제출하며, 논문이 도착된 날짜를 접수일로 한다. 원고의 작성은 컴퓨터를 이용한 워드프로세서(HWP와 MS-WORD)를 이용하여 한글 또는 영문으로 작성한다. (편집위원회에서 정한 표준 형식(Template)를 사용하여야 하며, 논문집이 인쇄되었을 때의 형태 그대로 원고를 작성하여야 하며, 세부 사항은 별도의 ‘원고 작성 기준’(Baek *et al.*, 2012)과 이 ‘표준양식(Template)’을 참고한다.

(3) 심사 과정 및 기타 사항들

- 1) 투고된 원고는 편집위원회에서 정하는 과정에 따라 2인 이상의 심사를 거쳐야 하며, 수정지시와 채택여부는 편집위원회에서 정한다(Author-3, 2007).
- 2) 투고자는 적합한 심사자를 2인 이내로 추천할 수 있으며, 필요하다면 심사자에서 배제하여야 하는 사람을 명시할 수 있다. 그러나 심사자의 최종 선택은 편집위원회에서 정한다.
- 3) 심사자에 의한 교정/정정/개정 요구가 있는 경우, 주-저자는 이를 통보받은 후 1주일 안에 이에 대하여 답하여야 하며, 그렇지 않은 경우에는 논문 게재가 거부될 수 있다.
- 4) 게재 원고는 반환하지 않음을 원칙으로 한다.
- 5) 별쇄본은 제공하지 않으며, pdf 파일로 대신한다.
- 6) 기타 자세한 사항은 ‘원고 작성 기준’(Baek *et al.*, 2012)에서 설명한다.

4. 요약 및 결론

본 논문집의 발간이 연구소의 활성화에 기여할 수 있을 것이며, 앞으로의 발전에

한 계기가 될 수도 있을 것으로 기대한다.

이번 복간은 비교적 늦게 2012년 9월에 확정되었기 때문에 접수된 원고의 수가 많지 않으며, 본 연구소의 운영위원들이 주로 참여하였다는 아쉬움이 있다.

감사의 글

이 표준양식에 관하여 여러 의견을 표시해준 교수님들과 운영위원님들에게 감사드립니다. 또한 본 연구소 운영비용에 지원하여 준 강릉원주대학교 교무처와 산학협력단 관계자들에게 감사드립니다.

5. 참고문헌

- Author-1 AB, Author-2 CD (2004) Title of article. *Plant Mol Biol* 50:100-110. (학술지 논문 경우에 대한 예.)
- Author-3 EF, Author-4 GH (2007) Title of article. In: Author EF, Author GH, (eds), *Title of Books*, Ed2, Vol3, Publisher, City, pp 15-30. (책에 실린 논문의 경우.)
- Baeck KK, (2012) 제4차 운영위원회 회의록.
- Baeck KK, Choi SJ, Kim KJ, Kim JH, Jeung DB, Kim BM and Kim BG (2012) 자연과학논문집 원고작성기준. 강릉원주대학교 자연과학연구소, 강릉시.
- Choi SJ, Ahn DW, Jeung DB, Kim BK and Baeck KK (2012) Title of thesis. University, City. (학위논문 또는 단행본 전체를 이용할 경우.)
- Kim JH and Park JK (2011) 논문의 제목. *학술지 이름 권-번호:시작페이지-끝페이지*.
- Kwon AH, Baeck KK and Kim BM (2001) Studies on the Asian eupatoris I. *Plant Species Biol.* 1: 99-116.
- Lee JH and Jeung JK (1990) 논문의 제목. *학술지 이름 권-번호:2891-2912*.
- Yoon BJ (2001) Anomalous Properties of Water as the Result of Quantum Effects *J. Chem. Phys.* 271:4231-4241.

------(표준양식의 끝)-----

편집위원회

편집위원장: 이창호

	오주목(수학)	김동기(정보통계)
편집위원:	안동완(물리)	정은희(화학신소재)
	이규송(생물)	이권호(대기환경과학)

강릉원주대학교 자연과학연구소 논문집
자연과학(The Journal of Natural Science, GWNU) <비매품>
제23권 제1호 (통권 37호)

2017년 12월 인쇄

2017년 12월 발행

발행처 강릉원주대학교 자연과학연구소
(우) 210-702 강원도 강릉시 죽헌길 7
T +82-33-640-2637 F +82-33-640-2264
H <http://knusun.gwnu.ac.kr/~rins>

인쇄 성원인쇄문화사 (033-652-6373)
강원도 강릉시 성덕포남로 188

Contents

Title	Author(s)	Page
Design of guide RNA for Genome editing by CRISPR-Cas9	Bang-Ook Jun	1
A Review on the Water and Functional Water	Sung Hyun Lee.Sang Il Jeon	18
Properties of Rough approximations	Seo-Yon Gark.Jung-Mi Ko	40
Properties of MV-algebras and implications	Gyung Rae Kim.Yong Chan Kim	48
Design and Construction of Penrose Tilings	Hongchul Kim	57
Distance Three Coloring for the Cartesian Product of a Complete Graph and a Cycle	Byeong Moon Kim.,Byung Chul Song	70
Numerical Computation of Drop Spreading by Using a Thin-Film Flow Model	Jae gi Jun.Sung-Ik Sohn	79
Format of FIFA World Cup final tournament	Young Hoon Lee.Soon-kwi Kim	90
Forecasting for a domestic credit loan from households	Ki-Hyuck Kweon.Dong-Bin Jeong	97
Problems and Improvement Plan of Physical Education in Physics II	Seong-Ho Ko.Jae Sun Yoon	109
Author Guides		121